A. hydr. 57.

Matthesis. Architectura hydraulica 510.

Jx. 6066.

R

Versuch
einer neuen Theorie
Hydrodynamischer
und
Pyrometrischer Grundlehren
und deren Anwendung
auf die Anlage neuer Röhrenleitungen, Pumpenkünste, Wassersäulen- und Dampf-Maschinen.

---

von

Karl Christian Langsdorf,

Hochfürstl. Brandenburg-Onolzbachischen Rath und Salinen-Inspektor zu Gerabronn; der Weltweisheit Doktor, der Hochfürstl. Hessischen und Königl. Schwed. patriotischen Gesellschaften, der Kurfürstl. Pfälzischen physikalisch-ökonomischen Gesellschaft zu Heidelberg und der Kurfürstl. Mainzischen Akademie der Wissenschaften zu Erfurt ordentlichem Mitglied.

Mit Kupfern.

Frankfurt und Leipzig,
bey Krieger dem jüngern,
1787.

Schiller

Dem

Durchlauchtigsten Fürsten und Herrn,

Herrn

Wilhelm dem Neunten,

Landgrafen zu Hessen,

Fürsten zu Hersfeld, Grafen zu Catzenelnbogen, Dietz,
Ziegenhayn, Nidda, Schaumburg und
Hanau ꝛc. ꝛc.

meinem gnädigsten Fürsten und Herrn.

Durchlauchtigster Landgraf,

Gnädigster Fürst und Herr!

Diese wenigen Blätter behandlen die Gründe einer Wissenschaft, welche in Höchstdero mit Salz- und Bergwerken so sehr beglückten Staaten eine vor-

zügliche Anwendung leidet; und ich erkühne mich, solche in tiefster Unterthänigkeit Ew. Hochfürstl. Durchlaucht zu Füßen zu legen, um Höchstdenenselben die tiefste Ehrfurcht zu bekennen, zu der ich als Sohn eines Vaters, dessen Dienste Ew. Hochfürstl. Durchlaucht mehr als zwanzig Jahre hin-

durch höchster Zufriedenheit zu würdigen gnädigst geruhet haben, ewig verbunden bleibe. Lassen es Sich Höchstdieselben gnädigst gefallen, dieses äußerst geringe Opfer meiner angebohrnen Vaterlandsliebe Huldreichst aufzunehmen, und erlauben mir, um Ew. Hochfürstl. Durchlaucht höchste

Huld mit der tiefsten Unterwürfigkeit bitten zu dürfen, womit ich ersterbe

Durchlauchtigster Landgraf,
Gnädigster Fürst und Herr!

Ew. Hochfürstl. Durchlaucht

Gerabronn,
den 1. May 1787.

unterthänigster Knecht
Karl Christian Langsdorf.

Vorerinnerung.

Etwas mehr als Elementar-mathematische Arbeiten haben für die mehrere Mühe, die sie ihren Verfassern machen, auch die ihnen nie entgehende Belohnung, von den Fesseln der Dummköpfe und Kraftmännerchen verschont zu bleiben, und von Männern aufgenommen zu werden, die unter ähnlichen Beschäftigungen alle ihre Geisteskräfte zusammen gestimmt haben, nur Wahrheiten unermüdet zu forschen und geforschte mit einer Güte des Herzens zu prüfen, die ihnen zur Erweiterung der Wissenschaften, so zu reden, unentbehrliches

Bedürfniß geworden ist. Wäre dieses nicht eine so oft bestätigte Erfahrung, so würde ich es niemalen haben wagen können, eine Schrift zur öffentlichen Prüfung vorzulegen, die mir statt des Vorwurfs, ausgeschrieben oder nachgebethet zu haben, grad den entgegengesetzten der allzugroßen Abweichung und Neuheit zuziehen könnte.

Das beygefügte volständige Inhaltsregister dient zur Uebersicht alles dessen, was ich hier habe leisten wollen, und es wird beweisen, daß ich die wenigen für diese Schrift bestimmten Bogen so gut als möglich zu benutzen bemüht gewesen bin. Mathematiker von unerreichbarer Größe, von deren Vorstellungen ich hier abgegangen bin, werden mir am ersten verzeihen, und wenn diese verziehen haben, warum wollten Andere murren? also ganz gerne gestehe ich, daß ich mich hier vielleicht etwas zu weit gewagt habe, da ich in dem Vortrag Hydrodynamischer Grundlehren so weit von Andern abgewichen bin. Auch an die Theorie der Dampfmaschinen habe ich mich gewagt. Hrn. Delius, Poda und v. Cancrinus Abhandlungen in ihren Schriften enthal-

enthalten blos Beschreibungen dieser Maschinen, ohne sich im Mindesten auf ihre Theorie einzulassen, und weil solche nach meinem Vortrag mit der Theorie der Druckwerke zusammenhängt, so hielte ich hier eine theoretische Untersuchung darüber für sehr nützlich, zumal da sich diese Gattung Maschinen seit einiger Zeit sehr merkwürdig gemacht, und die Kaiserl. Akademie zu Petersburg sogar vor einigen Jahren auf eine mit wirklichen Versuchen gut zusammenstimmende theoretische Untersuchung und vortheilhafte Einrichtung der Dampfmaschinen einen Preiß ausgesetzt hatte, den nach der mir von Hrn. v. Cancrinus von Petersburg aus mitgetheilten Nachricht Hr. Kapitain Spangel in Wien erhalten haben soll. Die gegenwärtige Abhandlung war aber nie von mir zu solcher Absicht bestimmt.

Wer übrigens die vielen ungewissen Voraussetzungen bey Berechnung Hydraulischer Maschinen erwägt, und die Gründe, worauf die Pyrometrische Abhandlung des XI. Kap. gebaut ist, wird meiner Meinung wohl gerne beytreten, daß sich nach der hier vorgetragenen Theorie über

die

die Anlage einer Dampfmaschine eine eben so sichere Berechnung führen lasse, als über die gesammte Anlage eines Druckwerks nach den Lehren der Hydrodynamik.

Gerabronn,
den 1. May 1787.

K. Chr. Langsdorf.

Verbes-

Verbesserungen und Zusätze, welche nothwendig vor Durchlesung dieses Buchs durchgesehen werden müssen.

Seite 13. Zeile 8 von unten statt 159 lies 1,59.

S. 32. Z. letzte st. ganze l. ganze Oefnung.

S. 35. §. 48. Hier bemerke ich noch, daß die Erfahrung damit nicht übereinzustimmen scheint, indem gleich nach Eröfnung des Ausflußlochs das Wasser sehr schnell und plötzlich mit ungemeiner Geschwindigkeit hervorschießt, und zwar um so mehr, je kleiner die Oefnung gegen der Weite des Gefäßes ist. Allein dieses läßt sich keineswegs als eine Wirkung der Schwere ansehen, sondern ist ohne Zweifel ein Beweis von der Elasticität der Wassertheilchen, welche während dem Verschluß der Oefnung zusammen gepreßt sind, und nun nach erfolgender Eröfnung sich mit der ihrer Zusammenpressung angemessenen Kraft plötzlich ausdehnen; diese ausdehnende Kraft muß aber auch sehr schnell abnehmen und völlig verschwinden, desto schneller, je größer die Oefnung gegen der Weite des Gefäßes ist. Daher steigt der Strahl eines Springbrunnens unmittelbar nach Eröfnung des Springstocks zu einer beträchtlichen Höhe, die aber bald wieder abnimmt, und nachher wieder bis zum maximo wächst. Wären die Wassertheilchen vollkommen elastisch, so würde der Strahl

gleich mit der zur Höhe des Wassers gehörigen Geschwindigkeit herausströhmen, und bey einer sehr kleinen Oefnung könnte die Wirkung dieser Federkraft so langsam abnehmen, daß ihre Abnahme während dem Fall des Wassers von der Höhe h unmerklich bliebe. Dieß kann sich auch bey der vorhandenen unvollkommenen Elasticität der Wassertheilchen zutragen, so daß es in solchem Fall das Ansehen hat, als ob gleich nach Eröfnung des Bodenlochs das Wasser mit einer unveränderlichen zur Höhe h gehörigen Geschwindigkeit herausschösse, ob es gleich in völliger Schärfe niemalen zu erwarten ist. Der Satz §. 49. behält auch seine völlige Richtigkeit, nur daß bey sehr kleinen Oefnungen aus der erwähnten Ursache die Beschleunigungszeit merklich geringer als §. 47. ausfallen kann.

S. 45. Z. 6. st. ersten Formel §. 59. l. Formel §. 57.

S. — Z. 11. st. $W - w^2$ l. $W^2 - w^2$.

S. 52. Z. 6. st. $l > k$ l. $l < k$.

S. 55. Z. 12. von oben st. $(w + w)$ l. $(W + w)$

S. 61. Z. 6. st. $\frac{w}{W}$ l. $\frac{W}{w}$

S. 72. Z. 10. lösche man das weg.

S. 75. Z. 8 und 9. st. 5 l. s

S. 76. Z. 3. st. βw l. $\underline{w}$

S. 90. §. 228. Hier mache ich noch folgende zu dieser ganzen Theorie sehr nöthige Bemerkung. Wenn die Länge der Röhre λ heißt, so läßt sich der zusammengezogene

zogene Wasserstrahl §. 60. noch allgemeiner so ausdrucken

$$\frac{w}{\sqrt{\left(2-\sqrt{\left(\frac{W^2.\lambda+w^2(v-\lambda)}{W^2.(\lambda+v)-w^2.\lambda}\right)}\right)}} \quad (\mathfrak{h}$$

die Röhre mag übrigens eine Lage haben, welche man will. Das Wasser fließt nämlich durch die ganze Röhre λ allemal mit der nämlichen Geschwindigkeit überall durch, mit welcher es aus dem Gefäß in die Röhre hinein kommt, und völlig eben so, als ob die Röhre von der Länge λ vertikal am Gefäß angebracht wäre, nur daß die Schwere in jeder andern Richtung schwächer wirkt, als in der vertikalen, so daß man statt g allgemein

$$\frac{\alpha v+1}{\alpha v+\lambda}\cdot g$$

setzen muß (§. 109.). Die Röhre von der Länge λ mag also wie man will eingesteckt und gekrümmt seyn, so ist die Bewegung allemal grad so, als ob sie in der Länge λ vertikal eingesteckt, das Wasser aber durch sie von der Schwere $\frac{\alpha v+1}{\alpha v+\lambda}\cdot g$ durchgetrieben würde. Weil nun die Formel für den Querschnitt des zusammengezogenen Strahls g gar nicht enthält, oder von der besondern Art der Schwere gar nicht abhängt, sondern für jede Art der Schwere allgemein so gefunden worden ist, so erhellet auch, daß die Formel (ℌ) ihre Anwendung leidet, die Röhre mag wie man will eingesteckt oder gekrümmt seyn, wenn sie nur gleichweit

und von der Länge λ ist. Die im Beharrungsstand in 1 Sekunde ausfließende Wassermenge ist demnach

$$= \left(2 \sqrt{\frac{\alpha v + 1}{\alpha v + \lambda}} \cdot g \cdot (\alpha v + \lambda) \right)$$

$$\cdot \frac{w}{\sqrt{\left(2 - \sqrt{\frac{W^2 \lambda + w^2 (v - \lambda)}{W^2 (\lambda + v) - w^2 \cdot \lambda}} \right)}}$$

$$= \frac{2 \cdot w \cdot \sqrt{(\alpha v + 1) \cdot g}}{\sqrt{\left(2 - \sqrt{\frac{W^2 \cdot \lambda + w^2 (v - \lambda)}{W^2 (\lambda + v) - w^2 \cdot \lambda}} \right)}}$$

$$= 2 w \cdot \sqrt{\frac{(\alpha v + 1) \cdot g}{2 - \sqrt{\frac{W^2 \cdot \lambda + w^2 (v - \lambda)}{W^2 (\lambda + v) - w^2 \cdot \lambda}}}}$$

wo λ die Länge der ganzen Röhre, l aber die vertikale Tiefe der Ausflußmündung der Röhre unter ihrer im Gefäß liegenden Einschußöfnung bedeutet. Wegen des Werths von l s. §. 110.

S. 104. Z. 6. bleibt die Einschränkung weg.

S. — Z. letzte st. 0,265 l. 0,256

S. 119. unten st. obiger Dampf- l. unten vorkommender
maschine konnte Dampfmaschine kann

S. 130. Hier ist zu §. 193. zu bemerken, daß bey damaliger Betreibung des Druckwerks das 50 schuhige Rad noch nicht ganz oberschlächtig betrieben wurde. Ausserdem ist dort noch nachstehendes einzuschalten:

Formeln zur Berechnung der Wasserräder in Verbindung mit Pumpenkünsten, zugleich mit Rücksicht auf die Friktion der Kolben in den Stiefeln.

Es sey die Höhe des Kolbenhubs = b in Fußen
der Halbmesser des Wasser-
Rads . . = r —
die Kraft am Umfang des
Rads . . = K in kub. F. Wassers
der dieser Kraft gleiche Wi-
derstand der Kolben = B ——
die eigentliche Wasserlast, wel-
che nach Abzug der Friktion
gewältigt werden kann = ℓ ——
die Höhe der zu wältigenden
Wassersäule, nicht die wirklich
sichtbare, sondern diejenige,
welche bey Betreibung der
gegebenen Maschine in An-
schlag gebracht werden muß = h in Fußen *)
die Dicke oder Grundfläche
dieser Wassersäule, welche

*) Diese Höhe wird bey Druckwerken durch die Formel §. 179., bey Saugwerken durch die Formel §. 223., wo K statt h steht, bestimmt, wo man die Verhältniß W : φ zum voraus annehmen kann, bevor noch W bekannt ist. Für vereinbarte Saug- und Druckwerke ist h die im 259ten §. bemerkte Höhe h + K. Nur muß, wenn W berechnet worden ist, auch die Weite der Steigröhre dem §. 222. gemäs genommen werden.

während der Umdrehung des Rads als unveränderlich angenommen wird in Q. Fußen = W *)
die Weite aller (abwechselnd wirkenden) Kolben zusammen genommen = w
also = = = w = 2 W
die Anzahl aller Stiefel zusammen genommen = n'
die Friktion eines jeden Kolbens an der Stiefelwand in kub. Fußen Wassers = Φ
das Gefälle bis zum Mittel der untersten Schaufel gerechnet = γ' **)
die Menge Aufschlag-Wassers in kub. Fußen für 1 Sek. = A
der Durchmesser eines Kolbens in Fußen = = = d
die Anzahl Umgänge des Rads in 1 Minute = = μ
die in 1 Minute gehobene oder ausgegossene Wassermenge in kub. Fußen = M

der

*) Die vortheilhafte Einrichtung einer Pumpenkunst erfodert es, daß das Rad keinen Augenblick vergeblich lauft; man muß daher allemal die Einrichtung so zu machen suchen, daß die eine Hälfte der Kolben schiebt, indem die andere Hälfte hebt. Die Weite aller Stiefel zusammen genommen, ist also = 2 W.

**) Hier sind n', γ' von n, γ (§. 181., 184.) wohl zu unterscheiden; die oben gesetzte Strichlein ' dienen nur als Unterscheidungszeichen.

der Fall eines schweren Kör-
pers in der ersten Sek. $= g$

so ist

I. Beym unterschlächtigen Rad.

1) Die Geschwindigkeit des anstoßen-
den Wassers . . $= 2\sqrt{g \cdot \gamma'}$

2) Die vortheilhafteste des Rads $= \frac{2}{3}\sqrt{g \cdot \gamma'}$

3) Der Querschnitt des Strahls in
der tiefsten Stelle $= \frac{A}{2\sqrt{g \cdot \gamma'}}$

4) $K = \frac{4}{9}\gamma \cdot \frac{A}{2\sqrt{g \cdot \gamma'}} = \frac{2}{9} A \cdot \sqrt{\frac{\gamma'}{g}}$ *)

5) $B =$

*) Da ich mich in gegenwärtigem Buch auf die Untersuchung über die Wasserräder nicht eingelassen, sondern ihre Berechnung dabey als bekannt vorausgesetzt habe, so ist es auch hier der Ort nicht, wo ich mich über diese Formel für K umständlich erklären könnte. Bekanntlich müßte hier eigentlich noch mit einem Koefficienten, den ich ε nennen will, multiplicirt werden, so daß

$$K = \varepsilon \cdot \frac{2}{9} \cdot A \cdot \sqrt{\frac{\gamma'}{g}}$$

herauskäme, wo dann niemalen $\varepsilon < 1$ wäre. Ueber die genaue Bestimmung des Werths von ε ist man aber noch nicht einig. Die Herrn Bernoulli, Leonh. Euler und Kästner haben in ihren Schriften theoretische Untersuchungen darüber angestellt. Gravesand, Kraft u. a. haben durch Versuche Bestimmungen gesucht. Gleichwohl behält Hr. H. Karsten allemal $\varepsilon = 1$ bey. Hr. Fabre in seinem Versuch über die vortheilhafte Bauart hydraulischer Maschinen sagt S. 31. der Uebersetzung: es sey ausgemacht, daß $\varepsilon = 2$, sobald die

Schau-

5) $B = \frac{2r}{b} \cdot K = \frac{4}{9} \cdot \frac{r}{b} \cdot A \cdot \sqrt{\frac{\gamma'}{g}}$

6) Die Zeit eines Umgangs $= \frac{3,14 \cdot 2r}{\frac{2}{3}\sqrt{g \cdot \gamma'}}$

$= \frac{9,42 \cdot r}{\sqrt{g \cdot \gamma'}}$ also

7) $\mu = \frac{60}{\frac{9,42 \cdot r}{\sqrt{g \cdot \gamma'}}} = \frac{6,37 \cdot \sqrt{g \cdot \gamma'}}{r}$

II. Beym

Schaufelfläche größer als $\frac{A}{2\sqrt{g\gamma'}}$; aber ein so entscheidender Ausspruch läßt sich auch nur von einem Franzosen erwarten. Hr. H. Karsten nimmt $\varepsilon = 1$ ohne zu sagen, es sey ausgemacht, daß $\varepsilon = 1$ genommen werden müsse. Hr. Alb. Euler sezt in seiner bekannten Preisschrift $\varepsilon = 2$ dafern die Fläche, welche den Stoß auffängt, merklich $> \frac{A}{2\sqrt{g\gamma'}}$ sey, aber Hr. H. Kästner vermißt bey dieser Annahme genauere Bestimmungen.

Vermög einer eigenen theoretischen Hypothese hatte ich in den mechan. und Hydrod. Untersuchungen S. 277. $\varepsilon = 2 \cdot \left(1 - \frac{1}{2\alpha}\right)$ gesetzt, wenn die Fläche, welche den Stoß erhält, αmal so groß, als der Querschnitt des anstoßenden Strahls sey. Für $\alpha = 1$ glaubt man, daß in der That $\varepsilon = 1$ werde, und für diesen Fall gibt auch eben gedachte Formel $\varepsilon = 2 \cdot (1 - \frac{1}{2}) = 1$. Und ich glaubte überhaupt, daß hiermit die Eulersche Annahme gehörig bestimmt sey. Ich gestehe aber, daß ich jezt ganz anders darüber denke. Meines Bedünkens

II. Beym oberschlächtigen Rad.

1) Die Geschwindigkeit des Rads ist hier bey der vortheilhaftesten Einrichtung der Geschwindigkeit des einschießenden Wassers gleich; doch geht diese Einrichtung nicht allemal an, und ich will daher die Geschwindigkeit des oberschlächtigen Rads hier allgemein $= \alpha$ setzen.

dünkens kann der vom Stoß herrührende Druck auf die Fläche durch die Ausbreitung des Strahls auf der Fläche gar nicht vergrößert werden. Es ist zwar unläugbar, daß zu dieser Ausbreitung des Strahls Kraft gehöre, aber es folgt daraus nur dieses, daß eben die Kraft des Wasserstoßes wegen dieser Ausbreitung auf eine größere Fläche in schiefern Richtungen verwendet werde, da sie sonsten ohne solche Ausbreitung zwar auf eine kleinere Fläche, aber in senkrechtern Richtungen wirken müßte. Was also durch die größere Fläche, über welche sich der Strahl ausbreitet, gewonnen wird, geht durch die schiefere Richtung wieder verlohren. Die Ausbreitung des Strahls kann also die Stärke des Stoßes nicht vergrößern. Aber aus §. 36. und 37. gegenwärtiger Abhandlung schließe ich, daß, wenn man Wasser aus Gefäßen, welche beständig wagrecht angefüllt bleiben, gegen eine Fläche sprützen läßt, und der Querschnitt des ansprützenden Strahls $= w$, die Tiefe dieses Querschnitts unter dem Spiegel des Gefäßes aber h heißt, alsdann allerdings $\varepsilon = 2$ und der Stoß $= 2 . h . w$ gesetzt werden müsse. Dieses hängt aber gar nicht mit der Ausbreitung des Strahls zusammen. Eben darum können Versuche, auf diese Art angestellt, auch gar wohl in der That $\varepsilon = 2$ gegeben haben, und andere wieder was Anderes. Bey frey liegenden Gerinnen fällt dieser Grund der Vergrößerung von ε weg, wenn nämlich das Wasser im Gerinne erst

2) Der Querschnitt des einschießenden Strahls $= \frac{A}{\alpha}$

3) $K = \frac{\gamma' - (u + \gamma)}{2r} \cdot \frac{A}{\alpha}$ *)

4) $B = \frac{2r}{b} \cdot K$

5) Die Zeit eines Umgangs $= \frac{3,14 \cdot 2r}{\alpha} = \frac{6,28 \cdot r}{\alpha}$

6) $\mu = \frac{60}{\frac{6,28 \cdot r}{\alpha}} = \frac{9,55 \cdot \alpha}{r}$.

An-

erst noch fällt. Daher ich bey der Anwendung auf unterschlächtige vertikale Wasserräder allemal $\varepsilon = 1$ beybehalten würde, die Schaufelflächen mögten auch noch so groß seyn. Hingegen auf die Schaufelflächen horizontaler Wasserräder läßt sich die Leitung des Wassers ohne Gerinne durch bloßen Herabsturz des Wassers so veranstalten, daß dabey der obige Werth $\varepsilon = 2$ allerdings beybehalten werden könnte, doch mit der Bemerkung, daß die Schaufelflächen groß genung seyn müssen, den sich darauf allerdings ausbreitenden Strahl gänzlich aufzufangen, wozu man aber keine genaue Bestimmung der Größe der Schaufelfläche nöthig hat.

*) u ist das Stück des Gefälles von oben herab bis zur ersten Einschußschaufel, und γ die Höhe des Rads von unten herauf bis an die Stelle, über welcher man alle Schaufeln als gehörig angefüllt, unter ihr aber alle Schaufeln als leer anzusehen hat. In der Ausübung kann man $\gamma' = 2r$ setzen, und dafür die Friktion an den Wellzapfen des Rads außer Acht lassen.

Anwendung auf Pumpenkünste.

I. Für Druckwerke.

1) Mehrern Beobachtungen zufolge setze ich

$$\varphi = 0{,}15 \,.\, h \,.\, d$$

2) Nun ist

$$\xi = B - n' \,.\, \varphi = B - n' \,.\, 0{,}15 \,.\, h \,.\, d$$

und $d = \sqrt{\left(\frac{1000}{785} \,.\, \frac{2W}{n'}\right)}$, also

3) $$\xi = B - n' \,.\, 0{,}15 \,.\, h \,.\, \sqrt{\left(\frac{1000}{785} \,.\, \frac{2W}{n'}\right)}$$

$$= B - 0{,}15 \,.\, n' \,.\, h \,.\, \sqrt{\frac{2{,}548 \,.\, W}{n'}}$$

oder $\xi = B - 0{,}15 \,.\, h \,.\, \sqrt{2{,}548 \,.\, n' \,.\, W}$

Es ist aber auch

$\xi = h \,.\, W$ also

4) $h \,.\, W = B - 0{,}15 \,.\, h \,.\, \sqrt{2{,}548 \,.\, n' \,.\, W}$

und hieraus gibt sich

5) $$W = \frac{B}{h} + 0{,}0286 \,.\, n'$$

$$\pm \sqrt{\left\{\left(\frac{B}{h} + 0{,}0286 \,.\, n'\right)^2 - \frac{B^2}{h^2}\right\}}$$

wo aber nur das untere Zeichen gebraucht werden kann.

Und nun $w = 2W$ und

$M = \mu \,.\, b \,.\, w = 2\mu \,.\, b \,.\, W$

6) Aus No. 4.

$$B = h \,.\, [W + \sqrt{(0{,}0572 \,.\, n' \,.\, W)}]$$

II. Für

II. Für Saugwerke.

1) $\varphi = 0{,}075 \,.\, h \,.\, d$

Hieraus gibt sich wie vorhin No. 4.

2) $h \,.\, W = B - 0{,}075 \,.\, h \,.\, \sqrt{2{,}548 \,.\, n' \,.\, W}$ also

3) $$W = \frac{B}{h} + 0{,}0072 \,.\, n' - \sqrt{\left[\left(\frac{B}{h} + 0{,}0072 \,.\, n'\right)^2 - \frac{B^2}{h^2}\right]}$$

und hieraus

$$w = 2\, W$$

$$M = 2\, \mu \,.\, b \,.\, W$$

und aus No. 2.

4) $B = h \,.\, (W + \sqrt{0{,}0143 \,.\, n' \,.\, W})$

Die hier gefundenen Formeln sind für die Ausübung von größter Wichtigkeit, weil darin auf die Friktion der Kolben mit Rücksicht genommen worden ist. So sehr man sich auch bemüht hat, die allgemeine Lehre von der Friktion der Körper in ein helleres Licht zu setzen, *) so wenig waren doch noch immer alle die darüber angestellten Untersuchungen hinreichend, eine Anwendung davon auf die Bestimmung der Kolben-Friktion in den Stiefeln zu machen, daher man auch keine in der Ausübung erträgliche Uebereinstimmung derer über Pumpenkünste angestellten Berechnungen mit dem wirklichen

*) Die neusten hierhin gehörige Schriften sind: *Metternich* dissertatio de frictione, Erford. 1786. und *van Swinden* Positiones physicae, Harderovici 1786. T. I.

chen Erfolg erwarten konnte. Eben darum war ich desto mehr bemüht, Beobachtungen über diese besondere Gattung von Friktion anzustellen.

Je kürzer der sich anreibende Theil des Kolbens ist, desto stärkere Anpressung an die Stiefelwand hat er nöthig, wenn er zweckmäßig seyn soll, so daß die Friktion von seiner Höhe nicht sonderlich abhängt. Ich bemerke inzwischen noch, daß meine Beobachtungen zunächst von solchen Druckwerkskolben hergenommen sind, deren Höhe 10 Zoll beträgt, und daß übrigens doch noch bey Druckwerken glatt polirte eiserne Stiefel, bey den Saugwerken aber gutgebohrte büchene Stiefel gebraucht worden sind. Ich habe von dieser Friktions-Bestimmung schon sehr mancherley Anwendungen gemacht, und bey Vergleichung der Resultate mit dem wirklichen Erfolg allemal eine sehr gute Uebereinstimmung gefunden, so daß man auch bey den Kolben im Zylinder der Dampfmaschinen mit dem besten Erfolg darnach rechnen kann. Bey den Wassersäulenmaschinen darf man nicht die wirkliche Höhe der druckenden Wassersäule, sondern nur die §. 285. in Anschlag bringen.

S. 132. §. 195. ist aus Versehen die 2 in den Nenner gekommen, daher die hier vorkommenden Ausdrücke so abgeändert werden müssen:

$$\frac{2b}{t};\ \frac{2W.b}{t.w};\ \left(\frac{2W.b}{t.w}\right)^2 : 4g = \frac{W^2.b^2}{t^2.w^2.g}$$

S. 132. §. 196. Es müssen daher auch hier die Ausdrücke so heißen:

$$\frac{2b}{t}$$

$$\frac{2b}{t};\quad \frac{W^2 . b^2}{t^2 . w^2 . g};\quad 1 + \frac{W^2 . b^2}{t^2 . w^2 . g};$$

S. 133. Durchaus statt $\frac{W^2 . b^2}{16 . t^2 . w^2 . g}$ l. $\frac{W^2 . b^2}{t^2 . w^2 . g}$

S. 134. Z. 4. st. 270 l. 19,7

Der dortige Satz: Dieses ist nun offenbar ꝛc. behält dennoch seine Richtigkeit.

S. 134. Z. 18. st. $\frac{b}{2t}$ l. $\frac{2b}{t}$

S. 153. Hier versteht es sich, daß δ doch nicht in Zollen, sondern in Fußen ausgedruckt werden muß, z. B. 0,5 Fuß statt 6 Zoll.

S. 155. st. K l. K

S. 157. Hier §. 225. hat A die Bedeutung wie §. 182. da es in den vorgehenden §. §. die Länge der Saugröhre bedeutet (§. 207.)

S. 158. Mit Rücksicht auf die Friktion der Kolben ergibt sich der Werth von W am besten aus der hier zu S. 130. beygefügten Bemerkung, und zwar sowohl für ober- als unterschlächtige Räder, und selbst für mittelschlächtige, wenn man nur den Werth von x (S. 126.) statt u gebraucht, also

$$\gamma' - (x + \gamma) \text{ statt } \gamma' - (u + \gamma).$$

S. 165. Z. 8. st. kann l. kann sich.

S. 170. §. 260. s. die Bemerkung zu S. 158.

S. 175. Z. 4. Zu Leopoldischacht setze man noch: auf dem Pieber-Erbstollen.

S. 188. Z. 11. st. $\frac{b}{2t}$ l. $\frac{2b}{t}$

S. 188. Z. 4. st. als l. als bey Druckwerken mit senkrechten Stiefeln.

S. 189. §. 287. Wegen der Friktion des Treibkolbens s. diese Verbesserungen oben zu S. 130. Hier will ich eine nähere Anwendung davon machen.

Nach den Abmessungen der hier angegebenen Wassersäulenmaschine ist die Höhe der druckenden Säule §. 285.

$$h = 264 - \frac{0{,}256 \cdot 6 \cdot 13^2 \cdot 264}{6^2 \cdot 5{,}5^2}$$

wofür ich hier $h = 264 - 63 = 201$ setzen kann.

Nun ist der Durchmesser des Treibkolbens oder $d = 13$ Zoll $= \frac{13}{12}$ Fuß, also die Friktion

$$\varphi = 0{,}15 \cdot \tfrac{13}{12} \cdot 201 = 32{,}6 \text{ Kub. Fuß.}$$

Die Friktion der Kolben in den Pumpensätzen zu 2 . 6 Zoll *) im Durchmesser und 276 Fuß hoch gerechnet, gibt sich nach der Formel $\varphi = 0{,}075\, d.h$

$$\text{also } \varphi = 0{,}075 \frac{2.6}{12} .276 = 20{,}7 \text{ K. F.}$$

also die Friktion des Treibkolbens und sämmtlicher Pumpenkolben zusammen genommen

$$= 32{,}6 + 20{,}7 = 53{,}3.$$

Hiernach könnte man S. 194. No. 8.

$N = 58$ Kub. Fuß und $Z = 64$ K. F.

und No. 9.

$$Z + N = 58 + 64 = 122 \text{ Kub. Fuß}$$

setzen,

*) Weil doppelte Pumpensätze mit 6zölligen Stiefeln angebracht sind.

setzen, und nun die gesammte Last beym Aufgang des Treibkolbens S. 195.

$= 122$ K. F. + Wasserlast in den Sätzen.

$= 122 + 2 . 51,74$ Kub. Fuß,

oder beyläufig 225 Kub. Fuß $= P$.

Demnach $\frac{P}{W} = \frac{225}{0,921} = 244$ und nach S. 195.

$$\tau = \sqrt{\frac{7436}{20.15,625}} = \sqrt{23,83} = 4,86 \text{ Sek.}$$

Hätte man $\frac{P}{W} = 246$, so fände sich daraus

$\tau = 5,14$ Sek. zum Aufgang des Kolbens;

Und daher die gesammte Zeit eines Kolbenspiels

$= 5,14 + 3,5 = 8,64$ Sek.

Nun ist die in 1 Sekunde beyfließende Menge Aufschlagwassers (S. 197.) $= 0,64$ Kub. Fuß; also in 8,64 Sekunden

$8,64 . 0,64 = 5,529$ Kub. Fuß;

und da zu jedem Aufgang des Kolbens 5,52 Kub. Fuß Aufschlagwasser gehören, so sieht man, daß sich $\frac{P}{W} = 246$ beybehalten lasse.

Die vorhinige Berechnung gabe aber $\frac{P}{W} = 244$

$= \frac{225}{0,921}$; statt dessen sollte also $\frac{P}{W} = \frac{225 + 1,842}{0,921}$

genommen werden, und die Wasserlast in den Sätzen dürfte hiernach um 1,842 Kub. Fuß grö-

ßer d. i. $\frac{1,842 + 2.51,74}{2.51,74}$ oder 1,0188mal so

groß

groß seyn, als sie wirklich ist. In einerley Zeit hätte man hiernach $\frac{5,5 + 3,5}{5,14 + 3,5}$ oder 1,041mal so viel Hübe also überhaupt eine 1,018 . 1,041 oder 1,06mal so große ausgegossene Wassermenge, als die Maschine mit den Pumpensätzen wirklich ausgießt. Dieser Unterschied zwischen dem Resultat der Rechnung und dem wirklichen Erfolg in der Ausübung ist noch leidlich, und man ersieht hieraus, wie meine Formeln für die Friktion der Kolben auch bey dieser so sehr ins Große gehenden Anwendung sich sehr gut gebrauchen lassen.

Ich will nun noch eine Anwendung auf die verbesserte Einrichtung mit 2 liegenden Stiefeln machen.

In diesem Fall sey alles, wie vorhin, nur daß die gesammte Kolbenfriktion doppelt vorhanden ist, so fällt N um etwas geringer aus, als zuvor, daher ich höchstens

$$N = 55 \text{ Kub. Fuß}$$

setzen darf; den gesammten Widerstand doppelt gerechnet, gibt also solchen

$$= 2\,N = 110 \text{ Kub. Fuß}$$

und daher

$$P = 110 + 2.51,74 = 110 + 103,48 = 213,48 \text{ K.F.}$$

folglich $\frac{P}{W} = \frac{213,48}{0,921} = 231,8$ u. nach S. 195.

$$\tau = \sqrt{\frac{7436}{503}} = 3,84 \text{ Sek.}$$

dieses wäre die Zeit des Aufgangs; also die Zeit eines ganzen Kolbenspiels

$$= 2 . 3,84 = 7,68 \text{ Sek.}$$

Nun gehören zu einem Kolbenaufgang in einem Stiefel 5,52 Kub. Fuß, also zu beyden Stiefeln

zusammen in 7,68 S. 2 . 5,52 = 11,04 Kub. Fuß Aufschlagwasser, oder in 1 Sek. $\frac{11,04}{7,68}$ d. i. 1,437 Kub. Fuß. Es würde sich also die ausgegossene Wassermenge im jetzigen Fall zu der im vorigen bey einerley Aufschlagwasser verhalten, wenn die im vorigen M heißt,

$$\text{wie } \frac{2 \cdot M}{1,437 \cdot 7,68} \text{ zu } \frac{1 \cdot M}{0,64 \cdot 8,64}$$

d. i. wie 1106 zu 1103.

Der Effekt wäre also diesemnach in beyden Fällen für einerley zu achten, und ich würde daher die Einrichtung mit 2 Stiefeln, so gar sehr zu empfehlen, nicht Ursache gehabt haben, wenn ich die außerordentliche Friktion der Kolben schon damals, als ich die Abhandlung von den Wassersäulenmaschinen aufsetzte, so wie jetzt gekannt hätte. Inzwischen wird die spätere höchstwichtige Bemerkung über die Bestimmung der Kolbenfriktion den Leser gegen die angebliche Verbesserung der Wassersäulenmaschinen hinlänglich entschädigen, und zugleich die schon mehrmals angerühmte Geschicklichkeit des Hrn. Hölls in Anordnung seiner Maschinen aufs Neue beweisen.

S. 204. u. s. w. Was ich in dem XI. Kap. noch bemerken könnte, soll bey einer andern Gelegenheit geschehen; nur dieses muß ich erinnern, daß ich überhaupt der Englischen Dampfmaschine noch eine ganz andere im Buch nicht bemerkte Einrichtung gegeben habe, welche ihre Wirkung noch sehr viel vergrößert oder eben die Wirkung mit noch weit wenigerem Holzaufwand leistet.

Inhalt.

Erstes Kapitel.

Allgemeine Betrachtungen und Erfahrungen über die Bewegung des Wassers.

§. 1. Anzustellende allgemeine Beobachtungen.

§. 2. Neun angeführte Beobachtungen über den Ausfluß des Wassers aus Gefäßen mit und ohne Röhren.

§. 3. Begrif der Hydrodynamik.

§. 4. Schwierigkeit in Bearbeitung der Hydrodynamik und ihre gegenwärtige Unvollkommenheit.

§. 5. Castellis Verhältniß-Bestimmung der Geschwindigkeit des ausfließenden Wassers, und sein Irrthum.

§. 6. Torricellis richtigere Bestimmung dieser Verhältniß, und Barattinis, Mariottes und Gulielminis Bestätigung derselben; nebst zwo Beobachtungstafeln von Gulielmini über die ausfließenden Wassermengen.

§. 7. Bestimmung der Voraussetzung bey der nachfolgenden Berechnung.

§. 8. Allgemeine Formel für die ausfließende Wassermengen bey jeder Wasserhöhe, wenn solche für eine gewisse Höhe durch einen Versuch bekannt ist.

§. 9. Hiernach berechnete Tafeln.

§. 10. Uebereinstimmung dieser berechneten Tafeln mit Gulielminis Beobachtungstafeln, und Gravesandes Bestätigung.

§. 11. Schluß auf die allgemeine Richtigkeit der Torricellischen Verhältniß-Bestimmung der Geschwindigkeit ausfließenden Wassers.

§. 12. Folgerung in Rücksicht auf die abnehmende Geschwindigkeit des aus Gefäßen, die sich ausleeren, ausfließenden Wassers.

§. 13. Schluß auf die sphäroidische Gestalt der im Gefäß, aus welchem das Wasser auslauft, sich bewegenden Wassermasse.
§. 14. Unveränderlichkeit dieses Sphäroids bey Gefäßen, die sich ausleeren.
§. 15. Unterschied in der Bewegung der Wasserschichten bey Gefäßen die prismatisch und solchen die wie gedachtes Sphäroid gestaltet sind.
§. 16. Die sphäroidische Gestalt der im Gefäß sinkenden Wassermasse ist eine ganz natürliche Folge von wirklichen Beobachtungen.
§. 17. Entgegengesetzte Meynung anderer Hydrodynamiker, besonders des Hrn. d'Alembert.
§. 18. Fernere Gründe gegen die gewöhnl. Vorstellungsart.
§. 19. Umstände, unter denen das Wasser im auslaufenden Gefäß eine Delle und Trichter bekommt.
§. 20. Newtons Beobachtung der Zusammenziehung des Strahls, nebst Newtons, Polenis und Bernoullis Bestimmung derselben aus Versuchen.
§. 21. Ursache einer besondern Erscheinung beym Ausfließen des Wassers.
§. 22. Anführung der Stellen dieses Buchs, wo die Ursache der übrigen Erscheinungen beym ausfließenden Wasser erklärt wird.

Zweytes Kapitel.
Theorie der Bewegung des Wassers in gleichweiten Gefäßen.

Erster Abschnitt.
Ueber das Ausleeren eines senkrecht stehenden gleichweiten Gefäßes, ohne Boden, das weiter keinen Zufluß während dem Auslaufen erhält.

§. 23. Den Inhalt enthält die Ueberschrift des Abschnitts.

Zweyter Abschnitt.

Ueber das Auslaufen des Wassers aus einem dergleichen Gefäß, wenn das Gefäß beständig gleichvoll erhalten werden soll.

§. 24. Den Inhalt zeigt die Ueberschrift.

Dritter Abschnitt.

Ueber die erfoderliche Gestalt des Gefäßes, wenn die größte Geschwindigkeit des durch die untere Mündung ablaufenden Wassers beständig der zur Höhe v des Gefäßes gehörigen gleich bleiben soll.

§. 25. Erfindung der Gleichung für die sphäroidische Gestalt des Gefäßes.

§. 26. Diese gehört der kubischen Hyperbel zu.

§. 27. Integration des Wasser-Sphäroids.

§. 28. Das Gefäß müßte eigentlich eine unendlich große Oberfläche haben.

§. 29. Beyspiel eines sphäroidischen Behälters mit einer sehr großen Oberfläche.

§. 30. Wenn die Oefnung des Gefäßes gegen der Oberfläche des Wassers nur sehr klein ist, so gehört die Geschwindigkeit des auslaufenden Wassers sehr nahe der wirklichen Wasserhöhe zu.

§. 31. Eigentlich gehört die Geschwindigkeit des auslaufenden Wassers bey einer nicht unendlich großen Oberfläche allemal einer Höhe zu, die größer ist als die wirkliche Wasserhöhe.

Vierter Abschnitt.

Ueber das Auslaufen des Wassers aus einem dergleichen Gefäß, das einen Boden mit einem Loch hat, und beständig gleichvoll erhalten werden soll.

§. 32. Eine ruhigstehende Wassermasse wird durch das um

sie herumstehende Wasser eben so in seiner Gestalt erhalten, wie von einer festen Wand.
§. 33. Schluß auf die Geschwindigkeit des ausströhmenden Wassers aus einem Gefäß mit einem Loch im Boden.
§. 34. Ob das im Gefäß um die Bodenöfnung herumstehende Wasser auf die Entstehung des Wassersphäroids keinen besondern Einfluß habe?
§. 35. Die vorige Frage wird bejaht.
§. 36. Bestimmung des zur Entstehung des Wassersphäroids erfoderlichen Drucks.
§. 37. Fernere Bestätigung des vorigen Satzes.
§. 38. Verhältniß des erfoderlichen Drucks zum wirklich vorhandenen.
§. 39. Daraus hergeleitete Bestimmung der Größe des wirklich entstehenden Wassersphäroids.
§. 40. Größe des Querschnitts des durch die Oefnung im Boden schießenden Wassers, wenn die Oberfläche unendlich groß wäre.
§. 41. Anwendbarkeit der vorigen Sätze, wenn nur die Oefnung im Boden gegen der Oberfläche des Wassers sehr klein ist.
§. 42. Genauere Bestimmung für den lezten Fall.
§. 43. Vier Hauptfolgerungen aus der bisherigen Theorie.
§. 44. Wie es mit dem wirklichen Ausfließen des Wassers aus einem Gefäß zugehe.
§. 45. Der Wahrheit nahe kommende Bestimmung der in gegebener Zeit ausfließenden Wassermenge, wenn die Oefnung wegen der Weite des Gefäßes sehr klein ist.
§. 46. Allmählige Beschleunigung des auslaufenden Wassers und Herstellung seiner unveränderlichen Geschwindigkeit.
§. 47. Bestimmung der Auslaufszeit, welche bis zur Herstellung der unveränderlichen Geschwindigkeit verfließen muß.
§. 48. Größe der am Ende der Beschleunigungszeit erlangten gleichförmigen Geschwindigkeit.

§. 49. Bestimmung der in der Beschleunigungszeit auslaufenden Wassermenge.

Fünfter Abschnitt.

Vollständigere Untersuchung über das Auslaufen aus einem dergleichen beständig gleichvollen Gefäß sowohl mit als ohne Röhre in der Boden-Oefnung.

§. 50. Bestimmung der Höhe, welche der Geschwindigkeit zugehört, womit die Wassertheilchen aus der obersten Schichte durch die Röhrenmündung heraus schießen.

§. 51. Ob man mit Bernoulli und andern Hydrodynamikern allgemein annehmen könne: „es sey in Absicht „auf den Ausfluß des Wassers gleichgültig, ob das „Wasser unmittelbar durch die Bodenöfnung heraus„schieße, oder durch die eben so große Mündung einer „vertikal eingesteckten Röhre, wenn nur in beyden Fäl„len die Ausflußmündung gleich tief unter der Ober„fläche des Wassers liege.„

Diese Frage wird verneint.

§. 52. Dieser Behauptung widersprechen die Bernoullischen Versuche nicht.

§. 53. Bestimmung des besondern Falls, worin der Bernoullische Satz §. 51. zutreffen muß.

§. 54. Selbst in diesem Fall rührt der Erfolg nicht von der Schwere des Wassers her, sondern von der Atmosphäre.

§. 55. Berechnungen verschiedener Stücke des Wasserspharoids, als Vorbereitung zur Erfindung der Dicke des Strahls, wie solcher aus einer vertikal eingesteckten Röhre heraus schießt.

§. 56. Bestimmung der Verhältniß der Dicke des Strahls bey der Röhrenmündung zur Größe der Röhrenmünd.

§. 57. Größe des Querschnitts des zusammen gezogenen Wasserstrahls bey der Röhrenmündung, wenn das Gefäß unendlich weit wäre.

§. 58. Jedes nicht unendlich weite Gefäß ohne Röhre muß, weil die der Geschwindigkeit zugehörige Höhe größer als die wirkliche Wasserhöhe ist, als ein Gefäß mit einer Röhre angesehen werden.

§. 59. Genaue Bestimmung des Querschnitts des zusammen gezogenen Wasserstrahls für jedes prismatische Gefäß ohne Röhre, die Verhältniß der Oefnung zur Weite des Gefäßes mag welche man will seyn.

§. 60. Querschnitt des zusammen gezogenen Wasserstrahls für jedes prismatische Gefäß mit einer Röhre, die Verhältniß der Oefnung zur Weite des Gefäßes mag welche man will seyn.

§. 61. Diese Formel für den Querschnitt des zusammen gezogenen Wasserstrahls begreift alle mögliche Fälle unter sich.

Hier zuerst eine Anwendung auf Gefäße ohne Röhre.

§. 62. Anwendung auf ein Gefäß ohne Röhre mit einer sehr kleinen Oefnung.

§. 63. Wie der Strahl durch Vergrößerung der Oefnung erweitert wird.

§. 64. Anwendung auf ein Gefäß ohne Boden.

§. 65. Anwendung auf ein Gefäß mit einer Röhre, wo die Tiefe des Gefäßes gegen der Länge der Röhre unbeträchtlich ist.

§. 66. Die Bodenöfnung vertritt bey einem dicken Boden die Stelle einer kurzen Röhre.

§. 67. Anwendungen auf die Bestimmung der Geschwindigkeit des auslaufenden Wassers.

§. 68. Drey Beobachtungen über die Zusammenziehung des Wasserstrahls.

§. 69. Uebereinstimmung der bisherigen Theorie mit den Beobachtungen.

§. 70. Ein Ausspruch von Hrn. Hofr. Kästner für die Bernoullische Theorie, auf die in dieser Abhandlung vorgetragene Theorie angewendet.

§. 71.

§. 71. Allgemeine Formeln, besonders für die ausfließende Wassermenge.
§. 72. Eingesteckte vertikale Röhren vermehren die auslaufende Wassermengen aus einem zweyfachen Grund.
§. 73. Wie das Wasser die Röhre beym Durchschießen ausfüllt, und dadurch das Ansehen eines zusammen gezogenen Wasserstrahls dem Scheine nach verliehren kann.
§. 74. Hierdurch wird aber die ausfließende Wassermenge nicht abgeändert.
§. 75. Wie es sich mit dem Ausfluß verhalte, wenn die Länge der Röhre mehr als 31 bis 32 Fuß beträgt.
§. 76. In diesem Fall hängt die ausfließende Wassermenge gar nicht von der Länge der Röhre ab. Unrichtigkeit sonstiger Theorien, und die Ursachen von Bernoullis Irrthum.

Sechster Abschnitt.

Vom Druck des Wassers auf den um die Oefnung liegenden Theil des Bodens.

§. 77. Allgemeiner Ausdruck für den Druck des Wassers auf den Boden des Gefäßes während dem Ausfließen durch die Oefnung.
§. 78. Die Allgemeinheit voriger Formel wird bestätigt.
§. 79. Fernere Bestätigung dieser Allgemeinheit.

Siebenter Abschnitt.

Vergleichung der vorigen Theorie mit dem bisherigen Zustand der Hydrodynamik.

§. 80. Belidors und anderer Hydrodynamiker Gedanken über die Zusammenziehung des Wasserstrahls.
§. 81. Uebereinstimmung der hier vorgetragenen Bestimmung mit Bernoullis, Newtons u. a. Versuchen.
§. 82. Ursache, warum die Theorie anderer Hydrodynamiker nicht auf die Zusammenziehung des Strahls leitet.

§. 83. Warum nach anderer Theorien die der Geschwindigkeit des ausfließenden Wassers zugehörige Höhe dennoch eben so wie nach der hier vorgetragenen Theorie gefunden wird.

§. 84. Die Bernoullische, Karstensche, Kästnersche und die hier gegebene Formel für den Druck auf den Boden sind alle unter einander verschieden.

Achter Abschnitt.

Ueber das Auslaufen aus Gefäßen, die ohne Zufluß zu erhalten, sich ausleeren.

§. 85. Geschwindigkeit des Wassers am Ende der Beschleunigungszeit.

§. 86. Hier nimmt die Wasserhöhe beständig ab.

§. 87. In jedem Augenblick entsteht hier ein anderes Sphäroid.

§. 88. Eigentlich würde zur beständigen Unterhaltung des Sphäroids ein unendlich weites Gefäß erfodert.

§. 89. Wie sich ein solches Gefäß betrachten ließe.

§. 90. Wie sich bey einem solchen Gefäß die bisherigen Formeln anwenden ließen.

§. 91. Wie solches noch verstattet wäre, wenn nur die Verhältniß der Oefnung zur Weite des Gefäßes sehr klein wäre.

§. 92. Was man bey der Anwendung der bisherigen Formeln in jetzigem Abschnitt zu überlegen hat, wenn die Oefnung so groß man will seyn darf.

§. 93. Allgemeine Anwendbarkeit der bisherigen Formeln, auch für Gefäße die sich ausleeren.

§. 94. Betrachtung des Falls, da die Oefnung der Weite des ganzen Gefäßes gleich ist.

§. 95. Differentialformel zwischen der Auslaufszeit eines anfänglich vollen Gefäßes und der Tiefe, welche das Wasser am Ende solcher Zeit noch hat.

§. 96. Integration der vorigen Differentialformel ohne Rücksicht auf die erste Beschleunigungszeit.

§. 97. Vollständigere Einrichtung der vorigen Formel mit Rücksicht auf die erste Beschleunigungszeit.
§. 98. Nähere Entwickelung der vorigen Formel.
§. 99. Die Richtigkeit der lezten Formel durch eine besondere Anwendung bestätigt.
§. 100. Brauchbarere Einrichtung der lezten Formel für sehr kleine Oefnungen.
§. 101. Formel für die völlige Ausleerung des ganzen Gefäßes.
§. 102. Formel für die ausfließende Wassermenge bey einer sehr kleinen Oefnung.
§. 103. Vergleichung mit der ausfließenden Wassermenge aus einem beständig vollen Gefäß.
§. 104. Anwendung auf Gefäße mit Röhren und dabey vorfallende Schwierigkeit in Rücksicht auf die Integralgleichung.
§. 105. Wie es sich mit dem Ausleeren der eingesteckten noch mit Wasser angefüllten Röhre verhält, wenn das Gefäß schon völlig ausgeleert worden.

Drittes Kapitel.

Allgemeinere Untersuchung über die Bewegung des Wassers aus Gefäßen mit Röhren, wenn auch noch andere Kräfte den Druck des Wassers ändern.

§. 106. Bestimmung der beschleunigenden Kraft, wenn sich das Wasser in einem gleichweiten Gefäß mit einer gleichweiten Röhre von willkührlicher Gestalt befindet, und auf das Wasser noch äußere Kräfte wirken.
§. 107. Formel für die Schwere, mit welcher in solchem Fall das Wasser im Gefäß sinkt.
§. 108. Weitere Entwickelung der vorigen Formel.
§. 109. Formel für die Schwere, womit das Wasser längst der Röhre durchgetrieben wird.

§. 110. Einige Erläuterungen zum Gebrauch der Formel.
§. 111. Formel zwischen Zeit, Raum und Kraft bey einem dergleichen mit Wasser angefüllten Gefäß mit einer gleichweiten Röhre, die übrigens wie man will gekrümmt seyn kann.
§. 112. Formel für die gleichförmige Geschwindigkeit, welche das Wasser am Ende der Beschleunigungszeit erlangt.
§. 113. Erläuterung zur Anwendung der vorigen Formeln.
§. 114. Wie tief das Wasser im Gefäß sinken muß, bevor die Bewegung gleichförmig wird.
§. 115. Formel zwischen Kraft und Zeit, wenn das Wasser im Gefäß nur um eine bestimmte Tiefe sinken soll.
§. 116. Anwendung der vorigen Formel auf einen besondern Fall.
§. 117. Anwendung der vorigen Formel, wenn die Ausflußmündung der Röhre höher liegt als die Oefnung im Gefäß, also die eingesteckte Röhre wieder aufwärts gekrümmt ist.

Viertes Kapitel.

Vom Ausfluß des Wassers durch lothrechte Oefnungen ohne und mit Röhren.

§. 118. Unterschied zwischen dem Ausfluß aus horizontalen und aus lothrechten Oefnungen.
§. 119. Brauchbarkeit der bisherigen Lehren auch bey lothrechten Oefnungen, wenn nur jedesmal die mittlere Wasserhöhe bestimmt wird.
§. 120. Was die lothrechte Stellung der Oefnung auf die Art der Bewegung für einen besondern Einfluß habe.
§. 121. Ihr Einfluß auf die Zusammenziehung des Strahls.
§. 122. Formel für die ausfließende Wassermenge aus einer Seitenöfnung, wenn solche ein lothrechtes Rektangel ist.
§. 123. Abkürzung der vorigen Formel für einen besondern Fall.

§. 124. Fernere Abkürzung für einen andern Fall.
§. 125. Noch weitere Abkürzung obiger Formel für den Fall, da der obere Rand der Oefnung dem Wasserspiegel gleich liegt.
§. 126. Des Eschinardo besondere Bemerkung beym vorigen Fall.
§. 127. Formel für die ausfließende Wassermenge, wenn die vertikale Oefnung ein Kreis ist.
§. 128. Einfluß horizontaler Röhren auf die Geschwindigkeit des durchfließenden Wassers.
§. 129. Dieser Einfluß dauert nur auf eine kurze Länge solcher Röhren.

Fünftes Kapitel.

Vom Lauf des Wassers in Kanälen und Röhren von beträchtlicher Länge.

§. 130. Unzulänglichkeit der Theorie bey gegenwärtiger Untersuchung.
§. 131. Aus der Seitenöfnung eines Behälters fließt nicht so viel Wasser durch, wenn es in einen Kanal geleitet wird, als wenn es ungehindert aus der Oefnung frey herab unter sich stürzen kann.
§. 132. Durch einen horizontalen Kanal fließt in einerley Zeit desto weniger Wasser, je länger er ist, welches aber nicht von der Friktion herrührt.
§. 133. Schwierigkeit diese Untersuchung theoretisch zu behandlen.
§. 134. Zur Verhütung der Wasserverminderung muß der Kanal selbst eine geneigte Lage haben.
§. 135. Nähere Bestimmung des Gefälles, welches man einem Kanal geben muß, wenn das Wasser mit unverminderter Geschwindigkeit darin fortfließen soll.
§. 136. Die hier gegebene Bestimmung für das erfoderliche Gefälle weicht von der gewöhnlichen sehr ab.

§. 137. Das vortheilhafteste Gefälle ist mit dem nach §. 135. bestimmten nicht einerley.
§. 138. Was man zu überlegen nöthig hat, um das vortheilhafteste Gefälle, wodurch Wasser auf ein Rad geleitet werden soll, zu bestimmen.
§. 139. Man muß dabey die Wirkung der Maschine zu berechnen wissen.
§. 140. Was noch weiter bey Bestimmung des vortheilhaftesten Gefälles zu überlegen ist.
§. 141. Wie man sich zu verhalten habe, wenn ein Gerinne aus einer Richtung in die andere gebrochen wird.
§. 142. Anwendung der bisherigen Lehre auf Röhrenleitungen.
§. 143. Bey Beobachtung der bisherigen Sätze kann man versichert seyn, daß man sowohl durch Kanälen- als Röhrenleitungen die vollständige aus der Oefnung des Behälters nach der Theorie unmittelbar zu erwartende Wassermenge vollständig erhalte.
§. 144. Sehr nöthige Vorsicht bey solchen Anlagen, weil man durch die Ersparung an der Wassermenge gegentheils wieder am Gefäll verliehrt.

Sechstes Kapitel.

Von Springwerken.

§. 145. Die Höhe, zu der ein Strahl aufwärts springen müßte, wenn außer der Schwere keine Nebenumstände eintreten.
§. 146. Zween zu dieser Untersuchung nöthige Versuche.
§. 147. Hieraus gezogene Folgerung, daß die Höhe des Strahls geringer als die Höhe des Wasserfalls und noch sonstige Erscheinungen dabey eintreffen müssen.
§. 148. Uebereinstimmung dieser Sätze mit der Erfahrung.
§. 149. Luft und Friktion sind beym aufsteigenden Strahl unbedeutende Hindernisse.
§. 150. Nothwendigkeit eigener Versuche zu Festsetzung einer hier anwendbaren Regel.

§. 151. Mariottes Verdienst um diesen praktischen Theil der Hydrodynamik.
§. 152. Beschluß dieser Untersuchung.

Siebentes Kapitel.

Theorie der Druckwerke.

§. 153. Die allgemeine Einrichtung der Druckwerke wird hier als bekannt vorausgesezt.
§. 154. Vorläufige Bestimmung der Wasserhöhe und der Dicke des zusammen gezogenen Strahls.
§. 155. Allgemeine Formel zwischen denen bey einem Druckwerk vorfallenden Größen.
§. 156. Einrichtung der vorigen Formel für ein doppeltes Druckwerk, und Uebereinstimmung derselben mit der Eulerschen Fundamentalformel.
Anmerk. Wegen §. 157. bis 165. s. die Note S. 105.
§. 166. Anführung der Formel, welche bey den folgenden Sätzen zum Grund liegt.
§. 167. Formel für den zur Ueberwucht erfoderlichen Theil der Kraft.
§. 168. Diese läßt sich als die vierte Proportionallinie zu drey bekannten Linien betrachten.
§. 169. Geometrische Konstruktion der allgemeinen, zwischen denen bey einem Druckwerk vorfallenden Bestimmungen, angeführten Gleichungen.
§. 170. Wie diese Konstruktion die nöthige Kraft beym Druckwerk für jede Abänderung der Steigröhre sinnlich darstellt.
§. 171. Worauf es bey vortheilhafter Einrichtung eines Druckwerks im Allgemeinen ankomme.
§. 172. Besondere Regel zur vollkommenen Einrichtung eines Druckwerks.

§. 173. Die Steigröhre muß möglichst grad und steil geleitet werden, die Kolben langsam auf- und niederspielen, und die Steigröhre weit seyn. Beyde lezte Foderungen werden durch die Ausübung näher bestimmt.
§. 174. Besondere Bestimmung für die Weite der Steigröhre.
§. 175. Wichtigkeit der vorigen Bestimmung.
§. 176. Nöthige Erläuterungen in Rücksicht auf die wirkliche Bewegung der Kolben und auf die Maschine, wodurch solche bewirkt wird.
§. 177. Im Beharrungsstand der Maschine wird zu einer bestimmten Anzahl Kolbenspiele eben so viel Aufschlagwasser erfodert als während der Beschleunigungszeit.
§. 178. Bedeutung der Fundamentalformel für Druckwerke.
§. 179. Weitere Erläuterung des wahren Sinns dieser Fundamentalformel.
§. 180. Einrichtung dieser Formel in Rücksicht auf die Entfernungen vom Bewegungspunkt.
§. 181. Formel für die Betreibung eines Druckwerks mittelst eines oberschlächtigen Wasserrads.
§. 182. Formel für die Menge Aufschlagwassers, welche zu einer gegebenen Betreibung des Druckwerks erfodert wird.
§. 183. Einige Zweifel gegen die vorigen Formeln werden gehoben.
§. 184. Formel für die Weite der Stiefel eines Druckwerks, welches von einem oberschlächtigen Rad bey einer gegebenen Menge Aufschlagwassers auf eine verlangte Art betrieben werden soll.
§. 185. Anwendung dieser Formel auf einen wirklichen Fall.
§. 186. Bemerkung über die Leitung des Aufschlagwassers auf ein oberschlächtiges Rad.
§. 187. Bemerkung über die Leitung des Wassers auf ein mittelschlächtiges Rad.
§. 188. Wie man die Stelle bestimmen könne, wo das Aufschlagwasser bey einem mittelschlächtigen Rad zuerst auf den Schaufelboden niederfalle.

§. 189. Daraus hergeleitete Formel zur Berechnung eines mit einem mittelschlächtigen Rad verbundenen Druckwerks.

§. 190. Allgemeinere Formel zur Berechnung der Druckwerke, wenn die Steigröhre auch nicht durchaus gleichweit ist.

§. 191. Erläuterung der vorigen Formel in einer besondern Anwendung.

§. 192. Wie man engere und weitere Röhren bey einer Steigröhre anzubringen habe.

§. 193. Außerordentliche Vergrößerung der Last durch die Friktion der Kolben, und wie man sich deshalb zu verhalten habe.

§. 194. Formel für den Druck des Wassers auf die Wände eines Gefäßes und der damit verbundenen Röhre.

§. 195. Allgemeiner Ausdruck für die der Geschwindigkeit des in der Steigröhre steigenden Wassers zugehörige Höhe.

§. 196. Wie hoch Wasser im Stiefel stehen müßte, wenn bey solchem Wasserstand das Wasser aus der Steigröhre mit eben der Geschwindigkeit herausfließen sollte, mit der es bey dem angewandten Druck der Kolben wirklich herausfließt; Und was bey diesem Wasserstaud jede Stelle der Steigröhre für einen Druck auszuhalten hätte.

§. 197. Irrige Anwendung der vorigen Sätze von neuen Hydrodynamikern.

§. 198. Was man zur richtigen Bestimmung des Drucks auf die Wände der Steigröhre zu überlegen hat, von andern Lehrern der Hydrodynamik aber übersehen worden ist.

§. 199. Formeln für den Druck auf die Wände der Stiefeln und Steigröhren, wenn leztere durchaus gleichweit sind.

§. 200. Allgemeinere Formeln für den Druck auf die Wände der Steigröhren, wenn solche auch nicht durchaus gleichweit sind.

§. 201. Allgemeine Bemerkung über die nöthige Dicke der Wände bey Stiefeln und Steigröhren.

§. 202. Fortsetzung der vorigen Bemerkung.

§. 203. Allgemeine Formel zur Berechnung der Wanddicke.

§. 204. Angeführte zur Anwendung der vorigen Formel nöthige Erfahrungen.

§. 205. Wie man diese Erfahrungen zu gebrauchen habe.

§. 206. Außerordentliche Stärke büchener mit eisernen Reifen belegter Röhren.

Achtes Kapitel.

Theorie der Saugwerke.

§. 207. u. 208. Formel für die Zeit, welche das Wasser braucht, in luftleerem Stiefel um eine bestimmte Höhe aufwärts zu steigen.

§. 209. Die Zeit eines Kolbenhubs darf nicht kleiner als die vorhin gefundene seyn.

§. 210. Wenn die Zeit eines Kolbenhubs so groß als die vorhin bestimmte genommen wird, so hat das Saugwerk eine sehr unvollkommene Einrichtung.

§. 211. Bestimmung der Größe, unter welche die Geschwindigkeit des Kolbens allemal fallen muß.

§. 212. Erläuterung des Vorigen durch ein besonderes Beyspiel.

§. 213. Wichtiger Vortheil für die Maschine, wenn der Kolben im Aufsteigen bald genug vom nachsteigenden Wasser eingeholt wird.

§. 214. Vorbereitung zur Berechnung der zu einem Kolbenhub erfoderlichen Zeit.

§. 215. Wirkliche Berechnung der vortheilhaften Zeit zu einem Kolbenhub.

§. 216. Die Vernachlässigung einer solchen Einrichtung kann den Effekt der Maschine äußerst verschwächen.

§. 217. Haupt-Erfoderniß zur guten Einrichtung eines Saugwerks.

§. 218. Allgemeine Formel für die Berechnung eines gut eingerichteten Saugwerks, der Stiefel mag senkrecht oder schief stehen.

§. 219. Nähere Einrichtung der vorigen Formel für senkrecht stehende Stiefel.

§. 220. Vollkommene Einrichtung der vorigen Formel mit Rücksicht auf den Widerstand, welchen das Wasser unter dem Kolben bey dessen Niedergang verursacht.

§. 221. Untersuchung über die vortheilhafte Bestimmung der Weite der Saugröhre.

§. 222. Wie weit man in Vergrößerung der Weite der Saugröhre zum Vortheil der Kraft gehen könne, und warum es unnütz wäre, darin noch weiter zu gehen.

§. 223. Formel für die erfoderliche Kraft, wenn die Weite der Saugröhre nach dem vorigen §. bestimmt worden.

§. 224. Folgerungen zur vollkommenen Einrichtung eines Saugwerks.

§. 225. Formel zur Berechnung der Saugwerke mit oberschlächtigen Rädern, und wie sich die Formel für mittelschlächtige Räder finden lasse.

§. 226. Formel für die Weite der Stiefel, die sich bey einem doppelten Saugwerk bey einer gegebenen Menge Aufschlagwasser durch ein oberschlächtiges Rad betreiben lassen.

§. 227. Was man bey der Anlage eines Saugwerks zunächst zu berechnen hat.

§. 228. Formel für die Wassermenge, welche durch ein Saugwerk mittelst eines oberschlächtigen Wasserrads in gegebener Zeit aufgefördert werden kann.

Neuntes Kapitel.

Theorie vereinbarter Saug- und Druckwerke.

§. 229. Kurze Beschreibung eines vereinbarten Saug- und Druckwerks.

§. 230. Formel für die Veränderung der Federkraft der unter dem Kolben befindlichen Luft nach dem ersten Kolbenhub.

§. 231. Formel für die Höhe, zu der das Wasser nach dem ersten Kolbenhub in der Saugröhre steigt.

§. 232. Wie sich die verschiedenen Ventilen beym Hub verhalten.

§. 233. Fortsetzung des Vorigen.

§. 234. Fernere Fortsetzung.

§. 235. Federkraft der Luft im schädlichen Raum.

§. 236. Federkraft der Luft in der Saugröhre.

§. 237. Wirkung der verschwächten Federkraft der Luft im schädlichen Raum.

§. 238. Fortsetzung.

§. 239. Formel für den Stand des Kolbens beym zweeten Hub, wo die in der Saugröhre noch zurück gebliebene Luft das über ihr befindliche Ventil wieder aufstößt.

§. 240. Formel für die Höhe, um welche das Wasser beym zweeten Hub in der Saugröhre weiter aufwärts steigt.

§. 241. Wie sich die vorige Formel gebrauchen läßt, jedesmal diejenige Höhe zu bestimmen, um welche das Wasser in der Saugröhre bey jedem folgenden Kolbenhub immer weiter aufwärts steigt.

§. 242. Bestimmung der Höhe, auf welche das Wasser in der Saugröhre bey einer gegebenen Anzahl Hübe aufwärts steigt.

§. 243. Hierhin gehörige Untersuchung von H. H. Karsten.

§. 244. Verhältniß zwischen den Abmessungen eines Saugwerks, wenn es das Wasser bis zum Kolbenventil zu saugen vermögend seyn soll.

§. 245. Die bisherigen Formeln lassen sich nicht auf vereinbarte Saug- und Druckwerke anwenden, wie doch von andern Hydrodynamikern durchgängig geschieht.

§. 246. Nähere Erläuterung des Vorigen.

§. 247. Die Höhe, bis zu der das Wasser beym vereinbarten Saug- und Druckwerk beym folgenden Kolbenhub nachsteigt.

§. 248. Hierhin gehörige allgemeine Formel.

§. 249. Erläuterung der vorigen Formel durch ein Beyspiel.

§. 250. Wirkung der zulezt im Stiefel zurück bleibenden Luft.

§. 251. Formel für die Höhe des Stiefelraums, in welchen die zulezt zurück gebliebene Luft bey jedem Kolbenhub zusammen gepreßt wird.

Inhalt.

§. 252. Nähere Einrichtung der vorigen Formel.

§. 253. Bestimmung der Höhe des Wasserausgusses beym vereinbarten Saug- und Druckwerk.

§. 254. Formel für die bey jedem Kolbenhub ausgegossene Wassermenge.

§. 255. Die im Stiefel zurück gebliebene Luft vermindert den Wasserausguß desto mehr, je größer die Last ist, die der Kolben zu wältigen hat.

§. 256. Erläuterung der vorigen Formel durch ein Beyspiel.

§. 257. Bezeichnung einiger Buchstaben zu Verhütung sonstiger Verwirrung in den Formeln.

§. 258. Wie die senkrechte Wasserhöhe bey vereinbarten Saug- und Druckwerken für jedes insbesondere gerechnet werden müsse.

§. 259. Formel für die zu Betreibung eines vereinbarten Saug- und Druckwerks erfoderliche gesammte Kraft.

§. 260. Anwendung auf die Betreibung mit einem oberschlächtigen Rad.

§. 261. Anwendung auf mittelschlächtige Räder.

Zehentes Kapitel.

Untersuchung über die Einrichtung und Verbesserung der Wassersäulen-Maschinen.

§. 262. Veranlassung zur Erfindung der Wassersäulen-Maschine.

§. 263. Entstehung der Bewegung bey der Wassersäulen-Maschine.

§. 264. Die hierbey vorfallende Schwierigkeit in beständiger Fortsetzung der Bewegung.

§. 265. Was man zu Hebung dieser Schwierigkeit im Allgemeinen für Anstalten nöthig hätte.

§. 266. Was die Steurung einer Maschine heiße.

§. 267. Die Höllsche Erfindung in Absicht auf die zweckmäßige Einrichtung der Steurung.

§. 268. Was für eine Wassersäulenmaschine hier gemeint sey.

§. 269. Die drey wesentliche Stücke einer Wassersäulen-Maschine.

§. 270. Allgemeine Erklärung der Zeichnungen.

§. 271. Die bey Druckwerken gewöhnliche Art, die einzeln Steigröhrenstücke zusammen zu fügen.

§. 272. Vorzug der bey den Niederungarischen Wassersäulenmaschinen gebrauchten Methode der Zusammenfügung.

§. 273. Nöthige Vorrichtung bey der Maschine, um sie feyern lassen zu können.

§. 274. Vorzug der senkrechten Leitung der Einfallröhre vor der schiefen.

§. 275. Bestimmung verschiedener Abmessungen bey dergleichen Maschinen.

§. 276. Betrachtung des Kolbenrohrs.

§. 277. Verbindung des Treibkolbens mit den Pumpenkünsten.

§. 278. Von dem, wegen des großen Gewichts der Schacht- und Pumpenstangen, erfoderlichen Gegengewicht.

§. 279. Der hierzu dienende Gewichtkasten mit einer Uhrkette.

§. 280. Was man bey Beladung des Gewichtkastens für ein Maas zu beobachten habe.

§. 281. Nähere Betrachtung der Steurung, und wie davon der Gang der Maschine abhängt.

§. 282. Fortsetzung der vorigen Betrachtung.

§. 283. Beschluß der bisherigen Beschreibung.

§. 284. Allgemeine Formel zur Berechnung der Kraft bey der einfachen Wassersäulen-Maschine.

§. 285. Einrichtung der vorigen Formel für eine doppelte Wassersäulen-Maschine.

§. 286. Untersuchung der gesammten Last, welche eine Wassersäulen-Maschine zu wältigen hat.

§. 287. Nähere Bestimmung der einzeln Theile der gesammten Last.

§. 288. Fortsetzung dieser Untersuchung.

§. 289. Fernere Fortsetzung.

§. 290. Fernere Fortsetzung und Beschluß.

§. 291. Anwendung obiger Formel auf die hier vor Augen habende Maschine.

§. 292. Unvollkommenheiten dieser Maschine.

§. 293. Wie sich diese Maschine verbessern ließe.

§. 294. Nöthige Bemerkung über die Verbindung dieser Maschine mit Stangenkünsten.

§. 295. Nachtheilige Folgen von dem Umstand, daß die Wasserkraft bloß beym Hingang des Treibkolbens wirkt.

§. 296. Wie allen diesen nachtheiligen Folgen abgeholfen werden könne.

§. 297. Anwendbarkeit der obigen Formel.

§. 298. Worauf man bey Erbauung einer solchen Wassersäulen-Maschine zu sehen habe.

§. 299. Formel zur Berechnung einer Wassersäulen-Maschine in Verbindung mit einem Druckwerk.

§. 300. Formel für die Weite der Stiefel eines Druckwerks, welches von einer gegebenen Wassersäulen-Maschine betrieben werden soll.

Eilftes Kapitel.

Pyrometrische Untersuchung mit Anwendung auf die Dampfmaschinen.

§. 301. Beobachtungen zu Vergleichung des Reaumürschen Queckſilber-Thermometers mit dem Weingeist-Thermometer.

§. 302. Vergleichung der Queckſilber- mit Weingeistgraden durch eine allgemeine Formel.

§. 303. Formel zur Berechnung der Fahrenheitschen Grade aus den Weingeist-Thermometergraden.

§. 304. Tafel zusammenstimmender Grade des Fahrenheitschen und Weingeist-Thermometers.

§. 305. Herrn Lamberts Beobachtungen über die Abdünstung des Wassers bey verschiedenen Wärmegraden.

§. 306. Unbedeutende Abänderung dieser Beobachtungszahlen und daraus hergeleitete Differenzreihen.

§. 307. Allgemeine Formel für die Abdünstung bey gegebenen Wärmegraden des Weingeistthermometers.

§. 308. Diese allgemeine Formel dient zunächst, die Beobachtungen §. 305. auf alle Grade von 0 bis 60 des Weingeistthermometers von Grad zu Grad zu ergänzen.

§. 309. Warum die Tafel §. 304. nicht weiter als bis auf 225° Fahrenh. berechnet worden.

§. 310. Die Richtigkeit der Formel §. 307. wird dadurch bestätigt, daß sie von einer sehr geringen bis zu einer

32mal so großen Wirkung in der Anwendung gleich gut mit dem wirklichen Erfolg übereinstimmt.

§. 311. Gebrauchte Vorsicht, die Formel §. 307. bey noch größern Wirkungen anzuwenden.

§. 312. Unterschied zwischen dämpfender Soole und dämpfendem süßen Wasser.

§. 313. Angestellte Beobachtungen über die Verdunstung siedender Soole.

§. 314. Uebereinstimmung der Formel §. 307. mit den Beobachtungen des vorigen §.

§. 315. Uebereinstimmung der Formel §. 307. mit dem wirklichen Erfolg bis zum 225° Fahrenh.

§. 316. Tafel für die Verdunstung des Wassers vom 32 bis 225 Wärmegrad.

§. 317. Die Wärme des siedenden Wassers hängt von dem Druck auf den Wasserspiegel ab.

§. 318. Bestimmung des Siedpunkts aus dem Druck auf den Wasserspiegel.

§. 319. Hrn. Zieglers Beobachtungen über die Federkraft der Dämpfe bey bestimmten Wärmegraden des Wassers in einem verschlossenen Gefäß.

§. 320. Wie die Höhe, zu der das Wasser durch die eingeschlossenen Dämpfe getrieben wird, mit der Wärme des dämpfenden Wassers zusammen hängt.

§. 321. Daraus hergeleitete allgemeine Formel und berechnete Tafel.

§. 322. Die Höhe, zu der das Wasser durch die Dämpfe des siedenden Wassers getrieben wird, wächst bey jedem Fahrenh. Grad um 1,76 Fuß, und das siedende Wasser kann im verschlossenen Kessel eine Hitze erlangen, worin Kupfer schmelzt.

§. 323. Bey der heißen Fontaine auf Island, dem sogenannten Geyser, muß das die Dämpfe verursachende Wasser im Gebürg eine Hitze haben, welches die vom geschmolzenen Eisen bey weitem übertrift.

§. 324. Von Wasser, dessen Dämpfe einer 150 Fuß hohen Wassersäule das Gleichgewicht halten, ist die Ausdünstung über 3000mal so stark als bey mittler Sommerwitterung.

§. 325. Wie Wasser durch Dämpfe sowohl kalt als erwärmt zu einer sehr großen Höhe gebracht werden kann.

§. 326. Daraus hergeleitete sehr natürliche Erklärung des Geysers auf Island.

§. 327. Möglicher Vortheil für die Salzsiedereyen.

§. 328. Bestimmung des mittlern Wärmegrads von zusammen geschüttetem, kältern und wärmern Wasser.

§. 329. Aus den Gefäßen des kältern und wärmern Wassers dunstet zusammen genommen mehr aus, als aus dem Gefäß mit der Mischung.

§. 330. Die Abdämpfung nimmt bey weitem schneller ab und zu als die Wärme des Wassers.

§. 331. Fundamentalformel zur Berechnung der allmähligen Verkältung.

§. 332. Wie sich aus der Abnahme der Wärme eines Körpers auf den Wärmegrad der äußern Luft schließen läßt.

§. 332.*) Die Differenzen zwischen der abnehmenden Wärme eines Körpers und der Wärme der ihn abkühlenden äußern Luft, lassen sich durch Ordinaten einer logarithmischen Linie ausdrucken, deren Subtangente durch die Fundamentalformel §. 331. bestimmt wird.

§. 333.

§. 333. Daraus hergeleitete Formel für den Wärmegrad, welchen der sich abkühlende Körper nach gegebener Zeit noch hat.

§. 334. Formel für die Zeit, welche verfließen muß, bis der sich abkühlende Körper bis zu einem gegebenen Grad abgekühlt wird.

§. 335. Ausserordentlich schnelle Abnahme der Verdämpfung beym Nachlaß der Hitze.

§. 336. Allgemeine Formel für die Abnahme der Wärme von Wasser, welches anfangs siedend gemacht worden, nachher aber durch beständigen Zufluß kalten Wassers abgekühlt wird.

§. 337. Anwendung des Vorigen und eine darnach berechnete Tafel, welche die Verdämpfung des sich abkühlenden Wassers von 5 zu 5 Minuten angibt.

§. 337.*) Beschluß der bisherigen Theorie.

§. 338. Wie die Wärme der Dämpfe und die des dämpfenden Wassers zusammen hängen.

§. 339. Formel zwischen dem Wärmegrad der Dämpfe und ihrer Federkraft.

§. 340. Hiernach berechnete Tafel.

§. 341. Formel zwischen der Wärme des dämpfenden Wassers und der Wärme der zugehörigen Dämpfe.

§. 342. Abmessungen von 2 Englischen Dampfmaschinen.

§. 343. Die Wirkungsart der Englischen Dampfmaschine im Allgemeinen.

§. 344. Wie die Englische Dampfmaschine in den Beharrungsstand tritt, und was es mit dem Ausdringen der Dämpfe für eine Bewandniß habe.

§. 345. Von der schnellen Abkühlung der Dämpfe zur Bewirkung des schnellen Niedergangs des Zylinderkolbens.

§. 346. Großer Nachtheil, welchen der Umstand, daß die Dämpfe im Zylinder auf die erwähnte Art nicht hinlänglich genug abgekühlt werden, der Maschine bringt.

§. 347. Noch eine von dieser Abkühlungsart herrührende sehr üble Folge, welche unter gewissen Umständen sogar das Stocken der Maschine bewirken kann.

§. 348. Die verhältnißmäßige Höhe der Injektionsröhre ist eine wesentliche Erfoderniß zur Vollkommenheit der Englischen Dampfmaschinen.

§. 349. Worauf es bey Verbesserung dieser Dampfmaschinen vorzüglich ankomme.

§. 350. Eine hierauf gegründete wichtige Verbesserung der Englischen Maschine.

§. 351. Noch eine dazu gehörige Bemerkung.

§. 352. Allgemeine Formel zur Berechnung der Last beym Niedergang des Zylinderkolbens.

§. 353. Formel für die Zeit des Niedergangs.

§. 354. Formel zur Berechnung der Last und der Zeit beym Aufgang des Zylinderkolbens.

§. 355. Formel für die Zeit eines Kolbenspiels.

§. 356. Bestimmung der Federkraft bey gleicher Last der Pumpen im Auf- und Niedergang des Kolbens.

§. 357. Nähere Bestimmung für die alte und für die hier verbesserte Englische Maschine.

§. 358. Die hierbey erfoderliche Zeit eines Kolbenspiels.

§. 358.*) Formel für die Weite der Pumpensätze.

§. 359. Verhältniß der Effekte der alten und der verbesserten Maschine unter den Umständen (§. 356.).

§. 360. Dabey muß das kochende Wasser im Kessel der alten Englischen Maschine zu 256° Fahrenh. erhitzt seyn.

§. 361.

§. 361. Formel für die Federkraft der Dämpfe bey dem gewöhnlichen Gebrauch der Englischen Maschine.

§. 362. Andere Formel für die Federkraft beym gleichschnellen Auf- und Niedergang des Zylinderkolbens.

§. 363. Anwendung auf eine Englische Maschine zu Schemnitz, giebt die dabey wirkende Federkraft der Dämpfe = 1,335.

§. 364. Noch eine Anwendung auf eine andere Englische Maschine zu Schemnitz, gibt die Federkraft = 1,288.

§. 365. Wie gut die berechnete Friktion mit wirklichen Beobachtungen zusammen stimme.

§. 366. Formel zur Bestimmung der Holzmenge, welche zur Feurung der Maschine erfodert wird.

§. 367. Uebereinstimmung dieser Theorie mit Beobachtungen.

§. 368. Formel für die Menge des erfoderlichen Injektionswassers, und ihre Uebereinstimmung mit Beobachtungen.

§. 369. Formel für die erfoderliche Höhe der Injektionsröhre.

§. 370. Ihre Uebereinstimmung mit gut befundenen Anlagen.

§. 370.*) Der Gang der alten Englischen Dampfmaschine hängt großentheils von der Injektionsröhre ab, bey der verbesserten aber nicht, und der Abgang der Dämpfe kann allemal in kürzerer Zeit wieder ersetzt werden, als die Zeit des schnellsten Kolbenspiels ist.

§. 371. Formeln für die Geschwindigkeit des Kolbens und die Federkraft der Dämpfe bey der verbesserten Einrichtung.

§. 372. Anwendung auf besondere Fälle.

§. 373. Wie man sich zu verhalten hat, wenn die Rechnung die Zeit eines Kolbenspiels zu klein gibt.

§. 374. Anwendung der Differentialrechnung auf die Bestimmung der vortheilhaftesten Elasticität der Dämpfe.

§. 375. Daraus hergeleitete Bestimmung der vortheilhaftesten Geschwindigkeit des Kolbens.

§. 376. Darauf gegründete Bestimmung der vortheilhaftesten Weite des Zylinders, wenn die Weite der Pumpensätze schon festgesetzt ist.

§. 377. Daraus hergeleitete umgekehrte Bestimmung der vortheilhaftesten Weite der Pumpensätze, wenn die Weite des Zylinders schon festgesetzt ist.

§. 378. Anwendung dieser Formeln auf die Vergleichung der alten und der verbesserten Maschine.

§. 379. Worauf man bey der vortheilhaftesten Einrichtung noch weiter zu sehen hat.

§. 380. Eine neue Art von Dampfmaschinen und deren Haupt-Vortheile.

§. 381. Vorbereitung zu Bestimmung der hierbey zu wältigenden Last.

§. 382. Formel für die Zeit, welche nach Anfüllung der Steigröhre zum völligen Ausguß erfodert wird.

§. 383. Daraus hergeleitete Formel für die zur erfoderlichen Federkraft gehörige Höhe.

§. 384. Formel für die Höhe, welche der erfoderlichen Federkraft zugehört, wenn die Zeit bestimmt ist, worin nicht nur die Steigröhre angefüllt, sondern auch der Ausguß vollendet werden soll.

§. 385. Die vorige Formel brauchbarer eingerichtet.

§. 386. Formel für die Federkraft selbsten.

§. 387. Der Erfolg nach vollendetem Ausguß.

§. 388. Anwendung der vorigen Formeln auf einen bestimmten Fall.

§. 389. Worauf man zu sehen hat, wenn diese neue Maschine eine vortheilhafte Einrichtung erhalten soll.

§. 390. Die verbesserte Englische Maschine gibt einen grössern Effekt, als vorgedachte neue Art.

§. 391. Noch eine Vergleichung der alten und der verbesserten Einrichtung der Englischen Maschine.

§. 392. Die verbesserte würde, wenn man in der Geschwindigkeit der Kolbenspiele nicht eingeschränkt wäre, fast siebenmal so viel als die alte ausrichten; doch leistet sie auch bey gehöriger Einschränkung der allzu großen Geschwindigkeit mit $\frac{1}{3}$ Klafter Holz so viel als die alte Englische mit 1 Klafter, wenn man die Pumpensätze gehörig erweitert.

Erstes

Erstes Kapitel.

Allgemeine Betrachtungen und Erfahrungen über die Bewegung des Wassers.

§. 1.

Wenn ein mit Wasser angefülltes Gefäß irgendwo unter dem Wasserspiegel eine Oefnung hat, die sich nach Gefallen verschliesen und eröfnen läßt, so lassen sich über den Ausfluß sehr leicht einige allgemeine Beobachtungen anstellen, von denen ich hier die wesentlichsten erwähnen will.

§. 2.

Man bemerkt:

I. Die Geschwindigkeit, womit der Spiegel sinkt, nimmt während dem Sinken von Augenblick zu Augenblick ab, und also auch die Geschwindigkeit des herausströhmenden Wassers.

II. Man findet überhaupt die Geschwindigkeit, womit das Wasser zur Oefnung herausfließt, desto geringer, je geringer die Wasserhöhe von der Oefnung bis zum Spiegel ist.

III. Während dem Ausfluß des Wassers sinkt der Wasserspiegel wagrecht nieder, so lange solcher noch hoch genug über der Oefnung liegt.

IV. Wenn während dem Sinken des Wasserspiegels der Spiegel nahe genug zur Oefnung kommt, so bemerkt man auf dem Wasser anfänglich eine Delle, die bey fernerm Sinken einen ordentlichen Trichter bildet, dessen Oefnung bis in die Oefnung des Gefässes reicht. Beydes Delle und Oefnung bemerkt man schon um so viel früher oder höher über der Oefnung, je weiter solche ist.

V. Wenn man auf die Dicke des herausschiesenden Strahls Achtung hat, so findet man solche kleiner, als die Oefnung, und den Quotient, den die Weite der Oefnung mit der Dicke des herausschiesenden Strahls gibt, bemerkt man desto größer, je kleiner die Oefnung ist.

VI. Wenn man kleine leichte Körperchen, z. B. Bröckchen von Siegellack in ein solches auslaufendes Gefäß wirft, so bemerkt man, daß sich solche desto mehr nach der Oefnung hinziehen, je näher sie der Oefnung kommen, daß also nothwendig die sinkenden Wassertheilchen selbst sich desto mehr von den Wänden des Gefässes ablenken und nach der Oefnung sich hinziehen müssen, je näher sie der Oefnung kommen.

VII. Steckt man in die Oefnung des Gefässes eine lange Röhre horizontal ein, so findet man, daß weniger Wasser zur Oefnung auslauft, als durch die freye Oefnung ohne Röhre, und zwar um so viel weniger, je länger die Röhre ist. Hingegen

lauft

lauft durch eine eingesteckte kürze Röhre mehr Wasser aus dem Gefäß als durch die freye Oefnung ohne horizontale Röhre.

VIII. Neigt man die Röhre gegen den Horizont, so lauft mehr Wasser durch diese geneigte Röhre als durch die horizontale, und zwar um so viel mehr, je stärker die Röhre gegen den Horizont geneigt ist. Man kann auch durch Versuche der längsten Röhre eine solche Neigung geben, bey welcher eben so viel Wasser durch die Röhre aus dem Gefäß fließt, als durch die freye Oefnung ohne Röhre. Hat die Röhre eine geringere Neigung, so fließt desto weniger Wasser hindurch, je länger sie ist.

IX. Nimmt man statt der Röhre ein offenes horizontales Gerinne, so findet man, daß durch solches weniger Wasser aus dem Gefäß schießt, als aus der freyen Oefnung ohne Gerinne, ingleichen daß die Neigung, bey welcher durch solches eben so viel Wasser als durch die freye Oefnung ohne Gerinne durchschießt, geringer seyn darf, als bey Röhren.

§. 3.

Die Erklärung der Gründe, woraus alle diese Erscheinungen folgen, die Bestimmung der allgemeinen Gesetze, nach welchen sich diese Erscheinungen in bekannten Maasen und Verhältnissen zeigen müssen, und die daraus gezogenen Schlüsse auf alle weitere von der Bewegung des Wassers abhängende Folgen, machen zusammen den Inbegrif der Hydrodynamik oder Hydraulik aus.

§. 4.

Vielleicht behaupte ich nicht zu viel, wenn ich nach diesem Begrif, den man sich doch von der Hydrodynamik nothwendig machen muß, solche als den schwierigsten Theil der Mathematik ansehe. Sie ist ungeachtet der schätzbarsten Bemühungen der größten Männer, Newton, Dan. und Joh. Bernoulli, D'Alembert, Euler, Kästner, Karsten u. a. immer noch äußerst weit gegen andere Theile der Mathematik zurück, noch äußerst unvollkommen und in ihren ersten Gründen noch voller Lücken, noch nicht in ihren Jünglingsjahren, noch ganz in ihrer Kindheit.

§. 5.

Die Beobachtung No. I. und No. II. ist so alltäglich, daß sie ohne Zweifel schon in den allerältesten Zeiten bekannt gewesen ist; inzwischen ist man doch erst ziemlich spat darauf verfallen, die Geschwindigkeit des ausschiesenden Wassers mit der Höhe des Wasserstandes über der Oefnung zu vergleichen, und jene durch diese zu bestimmen. Die erste Bemühung hierin hat man dem Castelli gegen 1640. zu verdanken. Durch einen Versuch glaubt er den von ihm angenommenen Satz bestätigt zu finden: Die Geschwindigkeit des Wassers verhalte sich wie seine Höhe. Sein Irrthum wurde aber in der Folge entdeckt.

§. 6.

Einige Jahre später bemühte sich Torricelli um eine richtigere Bestimmung, und gab folgendes Gesetz an: Die Geschwindigkeit des Wassers verhalte sich nicht wie die Höhe des Wassers selbsten, sondern

dern wie die Quadratwurzel aus der Höhe. Darin folgte ihm Barattini, und Mariotte und Gulielmini fanden dieses Gesetz durch Versuche bestätigt.

Man kann die Verhältniß der Geschwindigkeit aus der Verhältniß der Wassermenge, welche durch die Oefnungen eines Gefäßes ausflieſſet, wenn das Wasser darin beständig auf einerley Höhe erhalten wird, abnehmen. Wenn z. B. der Wasserspiegel in einem Gefäß durch beständigen Zufluß beständig 48 Zoll hoch über der Oefnung erhalten, und bey dieser Höhe, die in einer gewissen Zeit auslaufende Wassermenge zu 123 Unzen befunden wird, und wenn man nun in eben diesem Gefäß das Wasser nur auf der Höhe von 3 Zoll über der Oefnung erhält, und die in eben der vorigen Zeit auslaufende Wassermenge wieder beobachtet; und im lezten Fall die auslaufende Wassermenge nur $\frac{1}{4}$tel so viel als im ersten beträgt, so würden sich die in gleichen Zeiten auslaufenden Wassermengen wie 4 zu 1 verhalten, die Höhen aber wie 16 zu 1, also die beobachteten Wassermengen wie die Quadratwurzeln aus den Höhen.

Weil nun nothwendig zur doppelten Wassermenge auch doppelte Geschwindigkeit des auslaufenden Wassers erfodert wird, und überhaupt die Geschwindigkeit des auslaufenden Wassers der Wassermenge proportional seyn muß, so würden sich in solchem Fall auch die Geschwindigkeiten wie die Quadratwurzeln aus den Höhen verhalten.

Gulielmini hat über die bey verschiedenen Wasserhöhen ausfliesenden Wassermengen unter sehr sorgfältigen Vorrichtungen zwo Reihen von Versuchen angestellt, die ich hier in zwo Tafeln mittheile.

Erste Tafel.

Wasserhöhe.	Beobachtete ausgeflossene Wassermenge.
48 Zoll.	123 Unzen.
45 —	118 —
42 —	116 —
39 —	110 —
36 —	106 —
33 —	103 —
30 —	97 —
27 —	92 —

Zwote Tafel.

Wasserhöhe.	Beobachtete ausgeflossene Wassermenge.
24 Zoll.	93 Unzen.
21 —	87 —
18 —	81 —
15 —	74 —
12 —	66 —
9 —	56 —
6 —	47 —
3 —	34 —

§. 7.

Wir wollen nun die Wassermengen hersetzen, welche in der ersten Tafel, nach der Voraussetzung, daß bey 48 Zoll Höhe, 123 Unzen, und in der zwoten Tafel, nach der Voraussetzung, daß bey 24 Zoll Höhe, 93 Unzen auslaufen, für jede andere Höhe ausgeloffen

seyn

seyn müßten, wenn sich die Wassermengen wie die Quadratwurzeln aus den Höhen verhielten.

§. 8.

Die jedesmalige Wasserhöhe heisse h, und die dem erwähnten Gesetz zufolge der Wasserhöhe zugehörige Wassermenge q, so wäre nach solcher Berechnung für die erste Tafel

$$\sqrt{48} : \sqrt{h} = 123 : q$$

demnach

$$q = \frac{123 . \sqrt{h}}{\sqrt{48}}$$

oder in Logarithmen

$$\log. q = l123 + \tfrac{1}{2} lh - \tfrac{1}{2} l48$$

oder kürzer

$$\log. q = 1,2492845 + \tfrac{1}{2} lh$$

Und für die zwote Tafel

$$\sqrt{24} : \sqrt{h} = 93 : q$$

woraus sich auf die vorige Art

$$\log. q = 1,2783773 + \tfrac{1}{2} lh$$

ergibt.

§. 9.

Berechnet man nach diesen beyden Formeln für q die zu den angegebenen Höhen gehörigen Wassermengen, so ergeben sich statt der beobachteten nachstehende Zahlen:

Erste Tafel.

45	Zoll.	.	.	119 Unzen.
42	—	.	.	115 —
39	—	.	.	110,9 —.
36	—	.	.	106,5 —
33	—	.	.	102 —
30	—	.	.	97,24 —
27	—	.	.	92,25 —

Zwote Tafel.

21	Zoll.	.	.	87 Unzen.
18	—	.	.	80,54 —
15	—	.	.	73,52 —
12	—	.	.	65,76 —
9	—	.	.	56,95 —
6	—	.	.	46,50 —
3	—	.	.	32,88 —

§. 10.

Vergleicht man diese berechneten Wassermengen mit den wirklich beobachteten, so findet man, daß solche ungemein genau zusammen stimmen; zumal da es sehr schwer fällt, bey den Versuchen selbst die nöthige Schärfe in allem genau genug zu beobachten. Neuere Versuche z. B. von Gravesande u. a. beweisen gleichfalls, daß die wirklich beobachteten und nach dem Torricellischen oben angeführten Gesetz berechneten Wassermengen, allemal über die Erwartung genau zusammen treffen.

§. 11.

Man ist also berechtigt, die Torricellische Behauptung:

die

Die Geschwindigkeit des aus der Oefnung eines Gefäßes laufenden Wassers verhalte sich, wie die Quadratwurzel aus der zugehörigen Wasserhöhe.

als einen durch die Erfahrung bestätigten Satz gelten zu lassen.

§. 12.

Wenn daher ein mit Wasser angefülltes Gefäß, während dem Auslaufen, keinen Zufluß erhält, so wird die Geschwindigkeit, während dem Auslaufen, durch die Oefnung beständig geringer, und sie nimmt so lang ab, bis alles Wasser über der Oefnung abgeloffen ist.

§. 13.

Dem Torricellischen Satz zufolge, haben, bey einem im Boden mit einer Oefnung versehenen prismatischen Gefäß, die Wassertheilchen eine desto größere Geschwindigkeit, je tiefer sie unter der Oberfläche liegen, die untern Schichten müssen also schneller sinken als die obern. Da nun gleichwohl beym auslaufenden Gefäß durch jeden Querschnitt des Gefäßes in einerley Augenblick gleichviel Wasser sinken muß, so folgt, daß die sinkenden obern Schichten, weil sie langsamer als die untern sinken, um so viel größer seyn müssen, als die untern, und zwar in der nämlichen Verhältniß, in welcher die Geschwindigkeit nach der Höhe abnimmt. Die Wasserschichten müssen daher in dergleichen Gefäß ABCD (Fig. I. Tab. III.) in ihrem Sinken durch die Oefnung c ohngefähr so eine Gestalt wie a b c d e bilden, da denn die Oberfläche dieses Sphäroids der Wasserspiegel ist.

§. 14.

Hat das Gefäß während dem Auslaufen keinen Zufluß, so ändert sich dieses Sphäroid während dem Sinken des Spiegels in jedem Augenblick; aber allemal bleibt der Spiegel ein Querschnitt des Sphäroids.

§. 15.

Diese aus der Torricellischen Lehre, also aus wirklichen Erfahrungssätzen ganz natürlich fliesende Vorstellungsart, von dem Ausfliesen des Wassers aus einem solchen Gefäß, gibt also den Schluß, daß die Wasserschichten in dem prismatischen Gefäß A B C D nach keinem andern Gesetz sinken, als sie in dem nach der sphäroidischen Gestalt a b c d e gebildeten Gefäß sinken würden. Im lezteren würden nämlich allemal alle Schichten zugleich sinken, im ersteren aber sinken die um das Sphäroid herumstehende Schichten nicht unter sich.

§. 16.

Da vermög der Torricellischen auf Versuchen gegründeten Lehre, die obern Schichten nicht mit der Geschwindigkeit nachfolgen können, mit welcher die untern ausweichen, so muß die sinkende Wassermasse eine Gestalt annehmen, bey der die obern Schichten die untern allemal um so viel übertreffen, um so viel die Geschwindigkeit der untern die Geschwindigkeit der obern übertrift. Und eben darum folgt hieraus sehr natürlich die erwähnte sphäroidische Gestalt der sinkenden Wassermasse; es ist dieses also keine Hypothese, sondern eine unmittelbare Folge aus den wirklichen Erscheinungen. Die nähere Untersuchung über dieses Sphäroid kann ich hier, wo nur noch von bloßen Beobachtungen und deren unmittelba-

ren Folgen die Rede ist, noch nicht beybringen. Ihre Stelle ist unten, wo ich von der Theorie dieser Lehren handeln werde.

§. 17.

Alle Schriftsteller über die Hydrodynamik, haben sich über die wirkliche Bewegung des aus Gefäßen fliesenden Wassers ganz anders erklärt. Sie nehmen an, in einem prismatischen Gefäß, senken sich alle Querschnitte der gesammten Wassermasse mit gleicher Geschwindigkeit, nur unten bey der Oefnung werde die Geschwindigkeit in der Verhältniß der Weite des Gefäßes zur Weite der Oefnung vergrössert. D'Alembert behauptet sogar, man müsse aller Theorie über die Bewegung des Wassers entsagen, wenn man den ebenerwähnten Satz nicht wollte gelten lassen, da ihm auch die Erfahrung nicht entgegen sey. Ich muß aber gestehen, daß ich schon bey meinem ersten Unterricht in der Hydrodynamik Zweifel dagegen gehabt habe, und daß ich nunmehr vielmehr der ganz entgegengesetzten Meinung bin, daß nämlich die Erfahrung gerade das Gegentheil lehre, und die erwähnte Voraussetzung nach meiner Einsicht gerade die Ursache ist, warum die bisherigen Theorien der Hydrodynamik schon in ihren ersten Grundlehren von dem Erfolg bey wirklichen Anwendungen äußerst abweichen.

§. 18.

Gedenkt man sich ein senkrecht stehendes prismatisches Gefäß, das im Boden eine Oefnung hat, und mit Wasser angefüllt ist, so steht über der Oefnung eine Wassersäule, deren Grundfläche die Oefnung ist. Aller Erfahrung gemäs, wird nun jedes dem Boden näher

liegen-

liegendes Wassertheilchen stärker niedergetrieben als ein höherliegendes, weil nun die höherliegenden von den tieferliegenden nicht, wie Glieder einer Kette, mitgerissen werden können, sondern jedes Theilchen die seiner Wasserhöhe angemessene Geschwindigkeit dem Torricellischen Satz gemäs erhält, so können die obern Wassertheilchen mit den untern nicht in gleicher Geschwindigkeit sinken; Da nun gleichwohl das Auslaufen der Erfahrung gemäs unabgesezt fortgeht, so folgt unmittelbar aus diesen Erfahrungen, daß die aus jeder untern Schichte sinkenden Wassertheilchen, durch die Mehrheit der aus den obern Schichten langsamer nachsinkenden Wassertheilchen, beständig ersezt werden müssen, d. i. daß die obern Schichten der sinkenden Wassermasse desto größer seyn müssen, je näher sie der Oberfläche liegen. Diese mit unmittelbaren Erfahrungssätzen genau zusammenhängende Behauptung muß also der Erfahrung selbst gemäs seyn; Und jene mit der Torricellischen Lehre gar nicht zu vereinigende Voraussetzung des Hrn. D'Alembert und aller übrigen Lehrer der Hydrodynamik kann daher unmöglich durch die Erfahrung bestätigt werden. Es würde vielmehr aus dieser irrigen Voraussetzung folgen, daß die Bewegung des Wassers nach einem ganz andern Gesetz, als dem durchaus für richtig erkannten Torricellischen, geschehen müsse. Da man nun das Torricellische Gesetz in allen Lehrbüchern der Hydrodynamik zum Grund legt, und gleichwohl jene damit schlechterdings nicht bestehende Voraussetzung zugleich annimmt, so ist es immer mein Gedanke gewesen, daß auch die auf solche einander widersprechende Sätze durchgängig gebaute Theorien der Hydrodynamik selbst zweifelhaft seyn, und dadurch, zu so vielen Schwierigkeiten,

ten, Verwickelungen und Streitigkeiten, Anlaß gegeben haben möchten.

§. 19.

Die Erscheinung (§. 2. No. IV.) ist gleichfalls eine unmittelbare Folge aus den bisherigen Sätzen. Wenn nämlich der Spiegel so tief gesunken ist, daß der sphäroidische Raum von dem äußern Wasser nicht hinlänglich voll erhalten werden kann, oder daß aus dem sphäroidischen Raum, wenn er mit Wasser angefüllt wäre, mehr Wasser durch die Oefnung auslaufen müßte, als in eben der Zeit zufließt, so bleibt ein Theil des Sphäroids leer; und hierdurch entstehen Delle und ein Trichter über der Oefnung. Die Theorie hiervon kommt unten vor.

§. 20.

Die Erscheinung (§. 2. No. V.) ist eine spätere Beobachtung als die oben angeführte Torricellische. Man nennt sie die Zusammenziehung des Wasserstrahls. Newton hat sie meines Wissens zuerst bemerkt, auch Versuche darüber angestellt; auch Poleni hat ihre Verhältniß zu bestimmen gesucht, und sezt sie zur Weite der Oefnung wie 1 zu 159. Dan. Bernoulli hat sich mit Bestimmung dieser Verhältniß vorzüglich abgegeben, und sezt sie, wie Newton seinen darüber angestellten Versuchen zufolge $= 1 : \sqrt{2}$. (Hydrod. Sect. 4. §. 22.) Ueberhaupt ist aber wohl gewiß, daß die wahre Bestimmung der gedachten Verhältniß, in der Ausübung, durch allerley Nebenumstände, Abänderungen leidet.

Wenn man daher auch im Stand ist, die Zusammenziehung des Wasserstrahls unmittelbar aus dem Druck des Wassers theoretisch herzuleiten, so bleiben doch immer kleine Abweichungen einer solchen theoretischen Bestimmung von dem wirklichen Erfolg in der Ausübung möglich.

Von der Theorie dieser Erscheinung wird unten gehandelt (§. 43. u. §. 64. u. f. f.)

§. 21.

Die Erscheinung (§. 2. No. VI.) folgt unmittelbar aus dem Vorigen. Weil nämlich der ausschiesende Wasserstrahl, wegen der Zusammenziehung, nicht die ganze Oefnung ausfüllt, so ist es eine natürliche Folge, daß das in dem sphäroidischen Theil des Gefäßes herabsinkende Wasser einen Theil derer rings um das Sphäroid sich anpressenden Wassertheile mit sich fortreisse, wozu auch noch die eigene Schwere des ringsum stehenden Wassers behülflich ist. Da nun diese um das Sphäroid herumliegende Wassertheilchen um so schneller seitwärts gegen das Sphäroid getrieben, und von dem sphäroidischen Wasser gleichfalls um so schneller fortgerissen werden, je näher sie der Oefnung liegen, so wird daraus die erwähnte Erscheinung hinlänglich begreiflich.

§. 22.

Die weitere Betrachtung über die Erscheinungen (§. 2. No. VII. VIII. und IX.) soll weiter unten abgehandelt werden.

Zweyter

Zweytes Kapitel.

Theorie der Bewegung des Wassers in gleichweiten Gefäßen.

Erster Abschnitt.

Ueber das Ausleeren eines senkrecht stehenden gleichweiten Gefäßes, ohne Boden, das weiter keinen Zufluß während dem Auslaufen erhält.

§. 23.

Wenn ein dergleichen mit Wasser angefülltes Gefäß, wie (Tab. II. Fig. 7.), anfänglich einen verschlossenen Boden c d hat, und nun der ganze Boden plötzlich eröfnet wird, so läßt sich fragen: Was es mit dem Auslaufen des Wassers, wenn während dem Auslaufen kein neues Wasser oben in das Gefäß hinzukommt, für eine Bewandniß haben werde?

Dieses ist der einfachste Fall, der auch keinen weiteren Schwierigkeiten ausgesetzt ist. Offenbar sinkt jedes Theilchen in jeder Schichte vermög seiner Schwere, wie jeder feste Körper; die Schwere wirkt in alle Wassertheilchen auf einerley Art, sie sinken also alle mit einerley Geschwindigkeit, ohne daß eines das andere beschleunigen oder zurückhalten kann, d. i. die ganze Masse, die ganze Wassersäule sinkt wie ein zusammenhangender fester Körper nach den allgemeinen Gesetzen fallender Körper.

per. Wenn die Oberfläche a b bis bey α gesunken ist, so hat die ganze Säule, folglich auch die Schichte a b alsdann die der Höhe a α zugehörige Geschwindigkeit. Ist sie bis β herabgesunken, so hat sie daselbst die zur Höhe α β gehörige Geschwindigkeit; eben so in γ die zur Höhe a γ, und zu unterst, wenn sie ganz durchgesunken ist, die zur ganzen Höhe des Gefäßes a c gehörige Geschwindigkeit.

Es ist also in diesem Fall die Zeit T, worin sämtliches Wasser auslauft,

$$T = \sqrt{\frac{v}{g}}$$

wenn die anfängliche Wasserhöhe v und der in 1 Sekunde von einem schweren fallenden Körper durchloffene Raum g heißt. Eben so ist die Zeit τ, worin ein Stück der Wassersäule γ c, welches x heißen soll, auslauft,

$$\tau = \sqrt{\frac{x}{g}}$$

Folglich die Zeit t, worin nachher noch das Stück v — x ablauft,

$$t = T - \tau = \sqrt{\frac{v}{g}} - \sqrt{\frac{x}{g}}$$

Weil $\tau^2 . g = x$, so weiß man die Tiefe x, um welche der Wasserspiegel nach jedem Zeitverfluß im Gefäß gesunken ist; und wenn die Weite oder Grundfläche des Gefäßes W heißt, so ist die nach jeder verflossenen Zeit τ ausgeloffene Wassermenge

$$= W, x = \tau^2 . g . W$$

Zweyter Abschnitt.

Ueber das Auslaufen des Wassers aus einem dergleichen Gefäß, wenn das Gefäß beständig gleichvoll erhalten werden soll.

§. 24.

Soll das Gefäß ohne Boden beständig voll bleiben, so muß das hinzuströhmende Wasser mit ewig beschleunigter Bewegung hinzutreten. Wenn nämlich die oberste Schichte des zuerst vollen Gefäßes um die Tiefe v herabgesunken, also bis in c d gekommen ist, so verläßt diese nunmehr unterste Schichte die untere Mündung des Gefäßes mit der zur Höhe v gehörigen Geschwindigkeit; Soll nun das gleichweite Gefäß beständig gleichvoll bleiben, so muß in diesem Augenblick in die obere Mündung des Gefäßes wieder eine neue Schichte mit eben der zur Höhe v gehörigen Geschwindigkeit hinzutreten, die dann während ihrer Bewegung durch das Gefäß, wie die Geschwindigkeit eines jeden schweren Körpers beschleunigt werden muß, daß sie also mit der zu 2 v gehörigen Geschwindigkeit in der unteren Mündung c d ankommt. Eben so muß in dem Augenblick, da die zwote Säule unten das Gefäß verläßt, wieder die erste Schichte der dritten Säule, wenn das Gefäß voll bleiben soll, mit der zur Höhe 2 v gehörigen Geschwindigkeit in die obere Mündung des Gefäßes treten, die dann wieder mit der zur Höhe 3 v gehörigen Geschwindigkeit in die untere Mündung des Gefäßes c d kommt.

Ueberhaupt erhellet auf diese Art, daß das gleichweite Gefäß ohne Boden nicht anders voll erhalten werden kann, als wenn über der obern Mündung a b eine unendlich hohe Wassersäule von eben der Dicke befindlich ist, so daß die Geschwindigkeit, des in a b hinzuströhmenden Wassers, ohne Ende beschleunigt wird, daher auch die Beschleunigung des durch die untere Mündung des Gefäßes ausströhmenden Wassers, ohne Ende fortgeht, und die Geschwindigkeit durch c d in unendlicher Zeit über alle Grenzen wächst. Für jede bestimmte Zeit t aber, ist die Geschwindigkeit des Wassers in c d nach bekannten mechanischen Gründen $= 2\,g\,t$.

Dritter Abschnitt.

Ueber die erfoderliche Gestalt des Gefäßes, wenn die größte Geschwindigkeit des durch die untere Mündung ablaufenden Wassers beständig der zur Höhe v des Gefäßes gehörigen gleich bleiben soll.

§. 25.

Nach Verfluß der Zeit $\sqrt{\frac{v}{g}}$ hat das aus der unteren Mündung schiesende Wasser die Höhe v durchloffen, also die Geschwindigkeit $2 \cdot \sqrt{g\,v}$ erhalten. Soll nun von diesem Augenblick an, diese Geschwindigkeit durch die untere Mündung unverändert bleiben, so muß, wenn die Weite der unteren Mündung $= W$ gesezt wird, von erwähntem Augenblick an, in jeder folgenden Zeit t die ausfliesende Wassermenge $= t \cdot W \cdot 2 \cdot \sqrt{g\,v}$ seyn;

Nun

Nun kann durch keine untere Schichte oder Querschnitt des Gefäßes mehr Wasser laufen als durch jeden oberen durchfließt; Soll also in einerley Zeit immer die nämliche Wassermenge durch die untere Mündung ausfliesen, so muß durch alle Querschnitte des Gefäßes in gleichen Zeiten gleichviel Wasser sinken. Da nun das Wasser durch jeden unteren Querschnitt des Gefäßes nach dem Verhältniß der Quadratwurzel aus seiner Tiefe unter der Oberfläche a b geschwinder sinkt als durch jeden oberen Querschnitt, so muß, wenn dennoch durch jeden Querschnitt gleichviel Wasser sinken soll, das Gefäß nach oben zu in umgekehrter Verhältniß weiter werden.

Es ist nämlich die durch jeden in der Tiefe x unter der Oberfläche a b liegenden Querschnitt y in der Zeit t sinkende Wassermenge $= t \cdot y \cdot 2\sqrt{gx}$; Weil nun jede solche Wassermenge, der in eben der Zeit t durch die untere Mündung auslaufenden Wassermenge, gleich seyn soll, so hat man

$$t \cdot y \cdot 2\sqrt{gx} = t \cdot W \cdot 2\sqrt{gv}$$

also

$$y \cdot \sqrt{x} = W \cdot \sqrt{v}$$

oder

$$y = \frac{W \cdot \sqrt{v}}{\sqrt{x}}$$

§. 26.

Die gefundene Gleichung gehört der kubischen Hyperbel zu; Das Gefäß muß also zu der verlangten Absicht sich nach oben zu hyperbolisch erweitern, so daß sein oberer Rand immer mehr und mehr von der vertikalen Richtung nach der horizontalen abweicht, niemals aber völlig horizontal wird, sondern asymptotisch unter

der für die Oberfläche des Wassers bestimmten Horizontal-Fläche hinstreicht.

§. 27.

Der Kubik-Inhalt dieses Sphäroids ergibt sich durch die Anal. d. Unendl. auf eine sehr leichte Art. Es ist nämlich

$$y = W \cdot v^{\frac{1}{2}} \cdot x^{-\frac{1}{2}}$$

also $$y\,dx = W \cdot v^{\frac{1}{2}} \cdot x^{-\frac{1}{2}} \cdot dx =$$

$$2\,W \cdot v^{\frac{1}{2}} \cdot \tfrac{1}{2}\, x^{-\frac{1}{2}} \cdot dx$$

und nun der kub. Inhalt des Sphäroids für jedes x

$$\int y\,dx = 2\,W \cdot v^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{2}} + \text{const.}$$

Weil aber für $x = 0$ auch das Sphäroid verschwindet, so ist

$$\text{Const.} = 0$$

also $$\int y\,dx = 2\,W \cdot v^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{2}} = 2\,W \cdot \sqrt{v\,x}$$

Demnach für $x = v$

der kub. Inhalt des

ganzen Sphäroids $= 2\,W \cdot \sqrt{v^2}$

$= 2\,v \cdot W$

= dem doppelten Produkt aus der Wasserhöhe in die Fläche der Oefnung.

§. 28.

Genau genommen erfodert also ein solches Gefäß eine unendlich große Oberfläche, weil die Schenkeln der Hyperbel ohne Ende fortgehen; Inzwischen kann in der Ausübung der Bedingung schon durch eine mässige Ober-

fläche

fläche so genau, daß der Fehler dabey in keinen Betracht kommen kann, ein Genüge geschehen, weil die Querschnitte von oben herab schon in einer unbeträchtlichen Tiefe z. B. e p (Tab. II. Fig. 8.) ausserordentlich viel kleiner werden.

§. 29.

Ich will die Sache mit einem Beyspiel erläutern. Es halte die Oberfläche eines solchen sphäroidischen Behälters 10000 Quadrat-Ruthen, die untere Mündung 1 Quadrat-Fuß;

Man sucht, wie tief die Oberfläche unter der zur erwähnten Absicht eigentlich erfoderlichen unendlich großen Oberfläche liege, d. i. um wie viel die wirkliche Fläche zu tief liege.

Auflös. In der Figur sey m n die Fläche des Behälters, also f p seine angegebene Tiefe, und e p = x die untere Mündung, c d die angegebene Oefnung, so hat man

$$y = 10000 \text{ Quadr. Ruthen}$$
$$= 1440000 \text{ Quadr. Fuß}$$
$$W = 1 \text{ Quadr. Fuß}$$
$$ep = x$$
$$v - x = fp = 10 \text{ Fus};$$

Wo nämlich v die Höhe von der Oeffnung bis zu der unendlich großen Oberfläche des Sphäroids bedeutet.

Hieraus ergibt sich x auf folgende Weise:

Weil $y = \frac{W \cdot \sqrt{v}}{\sqrt{x}}$, so ist

1.) $\sqrt{\frac{v}{x}} = \frac{y}{W}$

ferner ist vermög der gegebenen Stücke in Fußen

2.) $v - x = 10$

Aus No. 1. folgt $\frac{v}{x} = \frac{y^2}{W^2}$

also $x = \frac{v \cdot W^2}{y^2}$

Und aus No. 2. ergibt sich

$x = v - 10$

demnach $v - 10 = \frac{v \cdot W^2}{y^2}$

folglich $v - \frac{v \cdot W^2}{y^2} = 10$

Oder $v \cdot \left(1 - \frac{W^2}{y^2}\right) = 10$

demnach $v = \frac{10}{1 - \frac{W^2}{y^2}}$ (h)

Es ist aber $W = 1$, und $y = 1440000$

Also

$$v = \frac{10}{1 - \frac{1}{2073600000000}}$$

Da nun die im Nenner dieses Bruchs von 1 abgezogene Größe ohne Irrthum für Nichts angenommen werden kann, so bleibt ohne merklichen Fehler

$v = \frac{10}{1}$ oder $= 10$, eigentlich unmerklich > 10

Und weil v dieser Rechnung gemäs unendlich nahe an 10 grenzt; nun aber $x = v - 10$, so folgt, daß in diesem Fall der Werth von x schon unendlich nahe an 0 grenze. Man kann also ohne Irrthum annehmen, daß in einem dergleichen sphäroidischen Behälter, welcher irgendwo beständigen Zufluß hat, das Wasser zur unteren Oefnung in der That beständig mit der Geschwindigkeit $2.\sqrt{g.10}$ durchschiese.

§. 30.

Aus der Formel ħ folgt, wenn die wirkliche Wasserhöhe im sphäroidischen Behälter $= h$ ist, und die Höhe des zur Oefnung W gehörigen Sphäroids, von der Oefnung bis zur unendlich großen Oberfläche gerechnet, v heißt, und die Größe des wirklichen Spiegels $= y$ ist,

$$v = \frac{h}{1 - \frac{W^2}{y^2}} \quad (ħ)$$

Soll also das Wasser nach den allgemeinen Gesetzen fallender Körper sinken und daher mit der zur Höhe h gehörigen Geschwindigkeit durch die Oefnung beständig fortfliesen können, so muß das sphäroidische Gefäß zwar genau genommen eine unendlich große Oberfläche haben; Wenn inzwischen W gegen y sehr klein ist, so daß

$\frac{h}{1 - \frac{W^2}{y^2}}$ noch sehr nahe $= h$ bleibt, so ist auch sehr

nahe $v = h$ und man kann daher in solchem Fall ohne merklichen Irrthum annehmen, daß die Geschwindigkeit des auslaufenden Wassers der wirkliche Höhe h zugehören werde.

§. 31.

Nennt man also die Höhe des vollständigen Wasserspharoids v, ferner die wirklich vorhandene Oberfläche des Wassers W, die untere Oefnung w und die Höhe des wirklichen Spiegels über der unteren Oefnung h, so verwandelt sich die Gleichung h (§. 30.) in diese

$$v = \frac{W^2}{W^2 - w^2} \cdot h$$

d. h. die Höhe der druckenden Wassersäule müßte, dafern das Gefäß beständig auf die Höhe h mit Wasser angefüllt bleiben soll, $\frac{W^2}{W^2 - w^2}$ mal so groß seyn als die wirkliche ist. Soll nämlich das Wasser während dem beständigen Abfluß immer in der Höhe $= h$ bleiben, so muß das zufliesende Wasser beständig mit der Geschwindigkeit auf die Oberfläche des in der Höhe h stehenden Wassers, d. i. auf den Spiegel hinzutreten, welche dieser Querschnitt (d. i. der Spiegel) in dem Sphäroid schon hat. Wäre das vollständige Sphäroid wirklich vorhanden, so würde dieser in der Höhe h liegende Querschnitt durch das über ihm stehende $v - h$ hohe Wasser beständig erhalten; fehlt nun dieser obere $v - h$ hohe Theil des Sphäroids, und soll das Wasser also auf eine andere Art so ersezt werden, daß der Querschnitt in der Höhe h wie zuvor beständig unterhalten wird, so muß der hierzu angewendete Wasserzufluß das Nämliche thun, was zuvor der obere Theil des Sphäroids thate, d. i. er muß beständig mit der zur Höhe $v - h$ gehörigen Geschwindigkeit auf den in der Höhe h liegenden Querschnitt, d. i. auf den wirklichen Wasserspiegel sinken.

Als-

Alsdenn ist aber die ganze zur Geschwindigkeit des ausfliesenden Wassers gehörige Höhe $= h + (v - h)$ d. i. $= v$. Die Geschwindigkeit des ausfliesenden Wassers muß also die nämliche seyn, wie bey wirklicher Entstehung des Sphäroids. Widrigenfalls könnte sich das Wasser im Gefäß nicht nach den allgemeinen Gesetzen der Schwere bewegen, oder man müßte annehmen, daß flüssige Körper von einer andern Art von Schwere als die festen getrieben würden, welches doch den allgemeinen Lehren der Mechanik zuwider ist.

Vierter Abschnitt.

Ueber das Auslaufen des Wassers aus einem dergleichen Gefäß, das einen Boden mit einem Loch hat, und beständig gleichvoll erhalten werden soll.

§. 32.

Man ist schon gewohnt, in der Hydrostatik die schärfsten Beweise vom gleichhohen Stand des Wassers in kommunicirenden Röhren darauf zu gründen, daß man sich statt einer festen Wand um einen Wasserkörper, anderes Wasser, welches durch Wände eines Gefäßes in seiner Lage erhalten wird, vorstellen könne, und daß der erwähnte Wasserkörper eben so von dem umstehenden Wasser wie von einer statt dessen angebrachten festen Wand erhalten werde. Ich nehme eben diese für sich ganz richtige Vorstellungsart auch hier an.

§. 33.

Gedenkt man sich also statt des vorhin erwähnten sphäroidischen Behälters z. B. einen Teich, der beständigen Zufluß und irgendwo im Boden die vorhin erwähnte Oefnung habe, so kann man sich über der Oefnung das vorige Sphäroid vorstellen; Das jezt statt der vorhin gehabten Wand rings herum stehende Wasser hat auf die Geschwindigkeit des im Sphäroid herabsinkenden Wassers so wenig Einfluß als vorhin die feste Wand, es müssen also die Wassertheile im Sphäroid wie zuvor nach den allgemeinen Gesetzen fallender schwerer Körper niedersinken. Wenn demnach die Oberfläche unendlich groß wäre, so müßte auch hier die Geschwindigkeit des ausströhmenden Wassers seiner Höhe zugehören.

§. 34.

So richtig es ist, daß die eben beygebrachte Vorstellungsart von der Erhaltung der sphäroidischen Wassermasse durch das umstehende Wasser auf den wirklichen Erfolg der Geschwindigkeit keinen weitern Einfluß hat, so offenbar ist es doch eine andere Frage, ob es auch ausser dem Stand der Ruhe bey wirklicher Bewegung gestattet sey, die wirkliche Entstehung des erwähnten Sphäroids, dessen Grundfläche nämlich die ganze Oefnung wäre, zu behaupten?

§. 35.

Da das Wasser wie andere schwere Körper nach den Gesetzen fallender Körper niedersinkt, so ist es kein Zweifel, daß ein solches hyperbolisches Sphäroid durch die sinkenden Wassertheile allemal wirklich gebildet werde. Bey dem wirklichen Ausfliessen des Wassers aber ist es

nicht

nicht genug, sich über der Oefnung im Behälter solche Grenzlinien einzubilden, sondern, weil sich die einzeln Schichten wirklich nach sphäroidischer Gestalt senken müssen, so kommt es nunmehr drauf an: Ob die sinkenden Schichten Kraft genug haben, das ringsum stehende Wasser so aus einander zu pressen, daß sie dadurch wirklich die der Oefnung zugehörige sphäroidische Gestalt erhalten? Denn hierbey zeigt sich ein beträchtlicher Unterschied zwischen der festen sphäroidischen Wand und dem statt solcher vorhandenen ringsum stehenden Wasser, indem lezteres der Entstehung des Sphäroids, dadurch, daß es sich selbst auszubreiten bemüht ist, hinderlich fällt, die feste Wand aber nicht. Zu Beantwortung dieser Frage dient folgendes.

§. 36.

Aus §. 27. erhellet, daß der kub. Inhalt sämmtlicher in Bewegung gesezten Theile dem doppelten Produkt aus der Oefnung in die der Wasser-Geschwindigkeit zugehörige Höhe gleich sey,

oder $= 2 h . w$

wo h die Höhe des unendlich großen Wasserspiegels über der Oefnung und w die Fläche der Oefnung bedeutet.

Wenn also der Wasserspiegel in der Höhe h beständig wagrecht bleiben sollte, so müßte für diese Voraussetzung über der Oefnung auf der Oberfläche des Wassers, wenn die in Bewegung gesezte Masse als blos träg angenommen wird, eine schwere Wassersäule

$= 2 h . w$

drucken, oder eine Wassersäule, deren Höhe

$= 2 h$

die

die Grundfläche

$$= w$$

wäre.

§. 37.

Ich muß die Richtigkeit des am Ende des vorigen §. beygebrachten Satzes noch besonders erläutern.

Man könnte nämlich dagegen einwenden: Wenn auch das zur Oefnung w gehörige Sphäroid wirklich entstünde, so sey die Summe aller vertikalen Pressungen von der Oberfläche bis auf die Oefnung doch nicht

$$= 2 . h w$$

sondern bleibe wie von der zylindrischen Säule, nur

$$= 1 . h w$$

weil der übrige Theil des Sphäroids den Lehren der Hydrostatik gemäs von dem umstehenden Wasser getragen werde.

So lang das Wasser ruhig steht, oder die Oefnung verschlossen ist, ist der Druck auf die verschlossene Oefnung von dem in dem Sphäroid enthaltenen Wasser freylich nicht größer als von dem über der Oefnung senkrecht stehenden Zylinder oder Prisma, wie in der Hydrostatik erwiesen wird. Bey der wirklichen Bewegung aber verhält es sich offenbar anders, weil vermöge der Gestalt des Sphäroids jede Schichte, indem sie sinkt, wegen ihrer im Sinken zunehmenden Geschwindigkeit genau um so viel kleiner wird, als ihr Unterschied von der nächstfolgenden Schichte ausmacht, bey der wirklichen Bewegung also allemal der obern Schichte ganze Pressung der nächstfolgenden untern Schichte zu Theil wird.

§. 38.

§. 38.

Soll also das zur ganzen Oefnung gehörige Sphäroid wirklich entstehen können, so müßte die Summe aller Pressungen des über der Oefnung stehenden Wassers nach (§. 37.) dem Druck einer senkrechten Wassersäule, die $= 2\,h\,w$ oder doppelt so hoch als die wirklich vorhandene wäre, gleich seyn.

§. 39.

Hieraus ergibt sich nun die Bestimmung des wirklich entstehenden Sphäroids. Im Vorhergehenden ist nämlich schon gezeigt worden, daß sich die ausfliesende Wassermenge wie die Quadratwurzel aus der Höhe der druckenden Säule verhält; Weil nun zur Entstehung des zur ganzen Oefnung gehörigen Sphäroids eine Wassersäule von der Höhe $= 2\,h$ erfodert würde, dagegen aber die wirklich vorhandene Wassersäule nur die Höhe $= 1\,h$ hat, so folgt, daß die wirklich ausfliesende Wassermenge sich zu der Wassermenge, welche ausfliesen würde, wenn das zur ganzen Oefnung gehörige Sphäroid entstünde, verhalte wie

$$\sqrt{h} : \sqrt{2\,h}$$

d. i. wie $1 : \sqrt{2}$

Weil nun gleichwohl die Geschwindigkeit des wirklich auslaufenden Wassers der wirklich vorhandenen Höhe h zugehören muß, so folgt, daß nicht das zur ganzen Oefnung gehörige Sphäroid entstehen könne, sondern ein mehr in die Enge zusammengezogenes, dessen kub. Inhalt sich zum kub. Inhalt des erstern verhält wie

$$1 : \sqrt{2}$$

Und da der kub. Inhalt dieser Sphäroide der Grundfläche oder der Oefnung proportional ist, so erhellet, daß auch die Grundfläche des wirklich entstehenden Sphäroids sich zur Grundfläche des zur ganzen Oefnung gehörigen Sphäroids verhalten müsse, wie

$$1 : \sqrt{2}$$

§. 40.

Wenn also das Wasser in einem Behälter eine unendlich große Oberfläche hätte, deren Höhe über der Oefnung $w = h$ wäre, so gehörte die Geschwindigkeit des durch die Oefnung schiesenden Wassers der Höhe h zu, der Querschnitt des durch die Oefnung durchschiesenden Wasserstrahls aber, wäre nicht wie bey einer sphäroidischen festen Wand der Oefnung w gleich, sondern wegen der Pressung des umstehenden Wassers

$$= w \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

§. 41.

Eben diese Sätze lassen sich noch (nach §. 31.) beybehalten, wenn nur $\frac{W^2}{W^2 - w^2} \cdot h$ nicht für die Ausübung merklich von h verschieden ist. Daher sich das Bisherige auf Gefäße mit sehr kleinen Oefnungen noch anwenden läßt, daß nämlich die Geschwindigkeit des ausfliesenden Wassers ohne merklichen Irrthum der wirklichen Wasserhöhe h zugehörig angenommen werden kann.

§. 42.

Genauer aber müßte bey einem beständig auf die Höhe h angefüllten prismatischen Gefäß die Geschwindig-

keit

keit des ausfliesenden Wassers allemahl der Höhe $\frac{W^2}{W^2 - \text{Quadrat der Oefnung}} \cdot h$ zugehören (§. 31.)

Wenn nun statt des wirklichen Durchgangs oder Oefnung nicht w sondern $\frac{w}{\sqrt{2}}$ gesezt werden muß (§. 40.), so ist die zur Geschwindigkeit des auslaufenden Wassers gehörige Höhe

$$= \frac{W^2}{W^2 - \left(\frac{w}{\sqrt{2}}\right)^2} \cdot h$$

$$= \frac{W^2 \cdot h}{W^2 - \frac{w^2}{2}} = \frac{2W^2 \cdot h}{2W^2 - w^2}$$

Bey sehr kleinen Werthen von $\frac{w^2}{2W^2}$ läßt sich diese Höhe allemal $= h$ seßen; und für solche gilt der Saß §. 40. Sonst muß die Zusammenziehung des Strahls wieder anders bestimmt werden, weil sie hier aus der Voraussetzung, daß die Geschwindigkeit der Höhe h zugehöre, hergeleitet worden ist, welches aber nur bey sehr kleinen Werthen von $\frac{w}{W}$ statt findet. Hier kann ich aber diese Untersuchung noch nicht vortragen, sondern muß sie zum folgenden Abschnitt versparen.

Man findet die Ergänzung zu gegenwärtiger Untersuchung unten §. 58. u. f. f.

§. 43.

§. 43.

Das Resultat der bisherigen Theorie ist also nunmehr folgendes:

I. Die Bewegung des Wassers aus einem prismatischen Gefäß geschieht nach den allgemeinen Bewegungsgesetzen fallender Körper.

II. Für solche Fälle, wo w gegen W klein genug ist, gehört die Geschwindigkeit allemal sehr nahe der Höhe h zu.

III. Der durchschiesende Wasserstrahl erhält nicht die Dicke der ganzen Oefnung w, sondern zieht sich zusammen, so daß der Querschnitt des zusammengezogenen Strahls $= \frac{w}{\sqrt{2}}$ wird, wenn die Bedingung No. II. statt findet.

IV. Je mehr $\frac{W^2}{W^2 - \frac{1}{2}W^2}$ von 1 verschieden ist, desto mehr übertrift die der Geschwindigkeit des ausfliesenden Wassers, welches beständig auf der Höhe h erhalten wird, zugehörige Höhe den Werth von h.

§. 44.

Zur genauen Kenntniß über den Ausfluß des Wassers aus einem Gefäß ist noch zu überlegen, auf welche Art der sphäroidische Kanal beständig mit Wasser angefüllt werde? und wie es überhaupt mit dem wirklichen Ausfliesen zugehe?

Sollte die Oefnung voll Wasser ausfliesen, so müßte so viel Kraft vorhanden seyn, als hinreichend wäre, das Wasser rings um die ganze in die gehörige sphäroi-

dische Gestalt aus einander zu pressen; da aber die Kraft nur zureicht, solches über $\frac{1}{\sqrt{2}}$ oder etwa $\frac{2}{3}$ der Oefnung in der zugehörigen sphäroidischen Gestalt aus einander zu pressen, so muß das umstehende Wasser sogleich so weit hervortreten oder sich so weit ausbreiten, bis es diese Gestalt erhält und die erwähnte sphäroidische Wand bildet. Es muß sich also an das Wassersphäroid stark, nämlich dem Druck seiner Höhe gemäs, anpressen, da dann die an das Wassersphäroid anstoßenden Theilchen mit fortgerissen werden, wodurch ein sehr langsames Beyfliesen des ringsum stehenden Wassers entsteht, besonders nahe nach dem Boden zu, weil die höherliegenden Schichten im Gefäß, da wo solche an das Sphäroid stoßen, schon nicht mehr über dem hervorragenden Theil der Bodenöfnung liegen, sondern vom Boden unterstüzt werden. Weil inzwischen eben deswegen das rings um das Wassersphäroid befindliche Wasser nicht blos als tode Kraft oder als eine feste Wand wirkt, sondern einige Aenderungen in dem Sphäroid verursachen muß, wodurch die bewegende Kraft um etwas verschwächt wird, so wird dieses Mitfliesen des umstehenden Wassers im Ganzen doch nicht sehr große Aenderungen machen.

Hat ein Gefäß beständigen Zufluß, so daß es immer gleichvoll erhalten wird; so ist offenbar, daß die untern Schichten von denen zunächst drüber liegenden allemal schneller ausgefüllt werden können, als von dem umstehenden Wasser, und daß daher die Unterhaltung des Wassersphäroids nicht von der Seite sondern von obenher geschehen müsse. Der rings um das Sphäroid sich bildende Theil des Gefäßes lauft gleichsam

von dem beständigen Zufluß beständig über, und erhält dadurch das Sphäroid beständig voll Wasser.

Hat das Gefäß keinen Zufluß, sondern leert sich nach Eröfnung des Bodenlochs aus, so ist's der nämliche Fall; nun nimmt die Höhe des Wassersphäroids beständig ab, das ringsum stehende Gefäß lauft also nun wieder beständig über, und füllt dadurch das in jedem Augenblick sich nun ändernde Sphäroid wieder beständig mit Wasser an.

Da die ganze Oberfläche des Wassers eine Schichte des Sphäroids ist, so erhellet auch, daß auf solche Art allemal die ganze Oberfläche sich selbst parallel mit sinken müsse, so daß es eben so aussieht, als ob alle Schichten des ganzen Gefäßes zusammen mit gleicher Geschwindigkeit sänken.

§. 45.

Ist also ein im Boden mit einer kleinen Oefnung w versehenes prismatisches Gefäß auf die Höhe h mit Wasser angefüllt, so ist, wenn g = 15,625 Rheinländische Fuß ist, den mechanischen Gesetzen zufolge, die Geschwindigkeit des herausschiesenden Strahls beynahe

$$= 2\sqrt{g \cdot h}$$

Die Dicke des Strahls $= \frac{w}{\sqrt{2}}$

Und daher die in 1 Sekunde ausfliesende Wassermenge

$$= \frac{w}{\sqrt{2}} \cdot 2\sqrt{g \cdot h}$$

$$= w \cdot \sqrt{2\,g\,h}$$

desto genauer, je kleiner die Oefnung w gegen der Weite des Gefäßes W d. i. je kleiner $\frac{w}{W}$ ist.

§. 46.

§. 46.

Die Sätze (§. 45.) verstehen sich nach Herstellung der unveränderlichen Geschwindigkeit. Da nämlich die über der Oefnung stehende Wassersäule wie jeder schwere Körper fällt, so muß deren oberster Theil erst ganz herabgesunken seyn, bevor das Wasser in der Oefnung die zur Höhe h gehörige Geschwindigkeit erreichen kann, da dann von solchem Augenblick an, alle nachfolgende Theilchen auch schon von dieser Höhe herabgefallen sind, also beständig die zur Höhe h gehörige Geschwindigkeit nachher behalten.

§. 47.

Aufg. Die Zeit zu finden, welche vom Anfang der Bewegung unmittelbar nach Eröfnung des Bodenlochs verfliesen muß, bis das ausfliesende Wasser die der Höhe h zugehörige Geschwindigkeit erlangt.

Auflös. Man darf nur die Zeit nehmen, worin ein schwerer Körper durch die Höhe h herabfällt. Sie soll in Sekunden $= t$ seyn, so ist nach mechanischen Grundlehren

$$t = \sqrt{\frac{h}{g}}$$

§. 48.

Während dieser kurzen Zeit wird also die Geschwindigkeit von o bis zu $2\sqrt{g \cdot h}$ beschleunigt, und dauert nachher gleichförmig fort.

§. 49.

Die in dieser Beschleunigungszeit auslaufende Wassermenge ist $= h \cdot w$

weil dieser Wassercylinder noch ungestört der ganzen Weite der Oefnung gemäs herabfällt.

Fünfter Abschnitt.

Vollständigere Untersuchung über das Auslaufen aus einem dergleichen beständig gleichvollen Gefäß sowohl mit als ohne Röhre in der Boden-Oefnung.

§. 50.

Wenn in der Oefnung w des gleichweiten Gefäßes abcd (Fig. 9. Tab. II.) die vertikale gleichweite Röhre mnpq eingesteckt und anfangs unten bey pq verschlossen ist, nun aber plötzlich eröfnet wird, so fangen sogleich die einzelen Wassertheilchen aller Schichten nach den Gesetzen der Schwere zu sinken an, so daß die aus der obersten anfänglich wagrechten Schichte mit der zur Höhe $v + l$ (wo ich die Länge der Röhre l und die Höhe des anfänglichen Wasserspiegels über cd, v nenne) gehörigen Geschwindigkeit in der untersten Mündung pq ankommen.

§. 51.

Die hierbey gleich vorfallende Frage ist nun diese: ob der Wasserstrahl unten durch pq auch in der Dicke wie im IV. Abschnitt herausschiesen werde? nämlich so, als ob das ganze Gefäß bis in pq herunter reichte, und hier im Boden die Oefnung pq hätte. Denn daraus müßte folgen, daß in einerley Zeit mehr Wasser aus dem Gefäß laufe, wenn es durch eine eingesteckte Röhre durchfliese, als wenn es unmittelbar durch die Bodenöfnung abschiese, welches sonderbar klingt.

Man

Man wird auch daraus schon das Gegentheil vermuthen, weil das über m n stehende Wasser vermög der bloßen Schwere mit der zur Höhe αv *) gehörigen Geschwindigkeit durch m n durchfließt, durch p q aber mit der zu einer merklich grössern Höhe gehörigen Geschwindigkeit herausfliesen müßte, und dennoch bey p q offenbar nicht mehr Wasser herausschiesen kann, als durch m n in die Röhre kommt.

Ein ganz sicherer Schluß hieraus ist dieser, daß der Wasserstrahl in der Röhre sich entweder nach und nach mehr verdünnen oder sich endlich die untern Schichten von den obern losreissen und also von einander abgesezt durchfallen müssen, **wenn ausser der Schwere keine andere Kraft hinzutritt, welche hierin eine Aenderung macht.**

Gleichwohl soll nach der **Bernoullischen** und sonstigen Theorien **aus der bloßen Schwere des Wassers** folgen, daß der Strahl in unveränderter Dicke und ungetrennt aus m n durch die Röhre durchschiese, also aus einem Gefäß mit einer Röhre, der Länge der Röhre gemäs, mehr Wasser in einerley Zeit auslaufe, als aus eben dem Gefäß durch eben die Oefnung, nur ohne Röhre. Dieser Erfolg ist aber offenbar unmöglich, wenn nicht zugleich durch die eingesteckte Röhre auch die Geschwindigkeit des durch m n durchschiesenden Wassers beschleunigt und in die $2\sqrt{g.(\alpha v + 1)}$ verwandelt wird, wo $g = 15{,}625$ Rheinl. Fuß ist. Ist es aber nicht ein offenbarer Widerspruch mit den Gesetzen der

*) Den Koefficient $\frac{W^2}{W^2 - \frac{1}{2}W^2}$ setze ich hier Kürze halber $= \alpha$

Schwere, daß die Geschwindigkeit des Wassers in der Röhre das obere Wasser im Gefäß beschleunigen solle? und hiesse so was vertheidigen nicht: dem Wolf das Wort reden, der, oben am Fluß, das Schaaf weiter unten beschuldigt, es mache ihm das Wasser trüb?

Aber aus Theorien, worin man die Rechnungen allemal so anstellt, daß dabey die Voraussetzung des oben beschriebenen vollständigen zur Ausflußmündung gehörigen hyperbolischen Sphäroids, wie einige Ueberlegung gibt, wirklich zum Grund liegt, wobey also die hierzu nöthigen Kräfte stillschweigend schon vorausgesezt und nicht die wirklich vorhandenen Kräfte zum Grund gelegt werden, müssen nothwendig lauter dergleichen Folgen entstehen, oder vielmehr die Resultate solcher Rechnungen müssen nothwendig am Ende die dabey ungegründet angenommenen Voraussetzungen ans Licht bringen. Daher denn auch hier aus solcher Theorie ein so ungereimter Satz nothwendig folgen oder vielmehr die Theorie am Ende selbsten die zum Grund gelegten unrichtigen Voraussetzungen entdecken muß.

§. 52.

Gleichwohl beweisen die Bernoullischen Versuche, daß der hierin wirkliche Erfolg dennoch mit der von mir verworfenen Theorie völlig übereinstimmt. Das Wasser ströhmt wirklich in der Dicke, wie es durch die Oefnung m n ohne Röhre herausströhmen würde, durch p q mit der zur Höhe $2 \sqrt{g} . (\alpha v + l)$ gehörigen Geschwindigkeit durch, ja sogar noch in einer größern Dicke als die $\frac{w}{\sqrt{2}}$ ist. Dieß scheint also auf einmal wieder

meine

meine Einwürfe zu widerlegen, und die andere Theorie zu bestätigen. Aber das Folgende wird diese anscheinende Schwierigkeit heben, und zeigen, daß grad dieser Umstand das Irrige jener Theorien noch mehr beweist, und im Gegentheil die meinige bestätigt.

§. 53.

Sobald das mit der Röhre verbundene volle Gefäß unten bey p q (Fig. 9. Tab. II.) eröfnet wird, fallen die über p q befindlichen Wassertheilchen der Schwere gemäs durch p q herab, und erlangen dadurch in p q die unveränderliche Geschwindigkeit $2\sqrt{g.(\alpha v + l)}$ in m n aber die $2\sqrt{g.\alpha v}$, vorausgesezt, daß das Gefäß in der Höhe v über der Bodenöfnung voll erhalten wird. Weil nun gleich unter m n die Geschwindigkeit des Wassers vermöge der Schwere schon größer ist als in m n, so kann das Wasser aus dem Gefäß nicht so geschwind nachfolgen, als es gleich unter m n in der Röhre sinkt; es muß also in der Röhre gleich unter der Oefnung m n oder eigentlich schon im Gefäß zunächst unter der Oberfläche des Bodens, der selbst schon einige Dicke hat, eine Leere entstehen.

In dem Augenblick dieser entstehenden Leere tritt nun in freyer Luft, worin alle angestellten Versuche wirklich vorgenommen sind, eine fremde Kraft hinzu, nämlich das Uebergewicht des atmosphärischen Drucks auf die Oberfläche.

Die Wassersäule in der Röhre wird nämlich nunmehr von der untern Atmosphäre getragen; sezt man also den Druck der Atmosphäre einer Wassersäule von der Höhe k gleich, so druckt nunmehr die untere Atmosphä-

re die jezt nur träge Wassersäule der Röhre, deren Anfang man von der Oberfläche des Gefäß-Bodens rechnen muß, noch mit der Kraft

$$= k - 1$$

gegen das Wasser in m n; die auf a b ruhende Atmosphäre aber druckt das Wasser auf m n mit einer Kraft

$$= k$$

also beträgt noch das Uebergewicht des obern atmosphärischen Drucks auf das Wasser über m n eine Kraft

$$= k - (k - 1)$$

$$= 1$$

welches aber offenbar nur für so lange gilt, als 1 nicht $> k$ ist.

§. 54.

Also nicht vermög einer Fiktion, aber auch nicht vermög der bloßen Schwere des Wassers, sondern vermög der Schwere der Atmosphäre entsteht in der That, beym Hinzuthun einer Röhre, auf der Oberfläche über der Oefnung m n noch ein neuer Druck, grad so groß als der Druck einer Wassersäule von der Höhe l; daher die Geschwindigkeit des Wassers durch m n nothwendig schon der Höhe $\alpha . v + l$ zugehört, und die in der Röhre befindliche Wassersäule nicht durch eine Fiktion, sondern in der That in eine blos träg wirkende Masse verwandelt wird, die also als eine einzige Masse durch das in m n durchströhmende Wasser mit der Geschwindigkeit $2\sqrt{g.(\alpha . v + l)}$ fortgestossen wird, so daß alle Schichten dieser Säule mit gleicher Geschwindigkeit sinken und mit eben der Geschwindigkeit $2\sqrt{g.(\alpha . v + l)}$ zur untersten Mündung p q durchschiesen müssen.

§. 55.

§. 55.

Es kommt also nur darauf an, zu untersuchen, was für ein Theil des ganzen über m n durch A B (wo a A, B b = l sind) durchgehenden Sphäroids wirklich drucken müßte, wenn das Wasser in a b sich eben so, wie bey Entstehung des vollständigen Sphäroids verhalten sollte. Man gedenke sich also das Gefäß von C D bis A B mit Wasser angefüllt, ferner A B oder W unendlich groß, und nun das ganze Sphäroid A β m n γ B ausgezeichnet, so sind die Stücke, welche wirklich ausgefüllt bleiben oder drucken müssen:

1) Das untere in dem wirklich vorhandenen Theil des Gefäßes fallende Stück des Sphäroids β m n γ, weil die Bewegung β γ schon die zur Höhe P β oder l gehörige Geschwindigkeit hat, und daher in diesem Sphäroid fortlaufen muß.

2) Die über β γ stehende gleich dicke Wassersäule β P Q γ, worin vermög des vorhergehenden die Wasserschichten alle mit gleicher zur Höhe l gehörigen Geschwindigkeit sinken.

Nun ist der kubische Inhalt des Stücks A β γ B = 2 l × Fläche β γ; es ist aber vermög der Gleichung für das Sphäroid

$$w \cdot \sqrt{(l + v)} = \text{Fläche } \beta\gamma \times \sqrt{l}$$

Also $$\text{Fläche } \beta\gamma = w \cdot \sqrt{\frac{l + v}{l}}$$

Demnach der kubische Inhalt von A β γ B

$$= 2 l \cdot w \cdot \sqrt{\frac{l + v}{l}}$$

Ferner der kubische Inhalt vom ganzen Sphäroid A β m n γ B.

$$= 2\,(l + v) \,.\, w$$

Folglich

I) Der kubische Inhalt von β m n γ

$$= 2\,(l + v) \,.\, w - 2\,l\,w \,.\, \sqrt{\frac{l + v}{l}}$$

Nun ist weiter der kubische Inhalt der über β γ erfoderlichen Wassersäule

II) $= l$. Fläche $\beta\gamma = l\,w \,.\, \sqrt{\frac{l + v}{l}}$

Also

III) Die Summe der beyden Stücke No. I. und II.

$$= 2\,(l + v) \,.\, w - 2\,l\,w \sqrt{\frac{l + v}{l}} + l\,w \,.\, \sqrt{\frac{l + v}{l}}$$

$$= 2\,w \,.\, (l + v) + l\,w \,.\, \sqrt{\frac{l + v}{l}}$$

$$= w \left(2\,(l + v) \mp \sqrt{(l^2 + v\,l)} \right)$$

§. 56.

Hieraus läßt sich nun wie §. 39. der Schluß auf die Dicke des Strahls machen.

Soll nämlich das vollständige zur Oefnung w gehörige hyperbolische Sphäroid m β γ n entstehen, so wird über m n auf a b, wenn die darunter stehende Masse als blos träg betrachtet wird, eine Masse erfodert, deren Gewicht = dem Gewicht

$$w \,.\, \left\{ 2\,(l + v) \mp \sqrt{(l^2 + v\,l)} \right\}$$

ist.

Nun ist aber der wirklich vorhandene Druck nur

$$= w\,(1 + v);$$

Es folgt also wie §. 39, daß sich die wirklich auslaufende Wassermenge zu der bey Entstehung des vollkommenen sphäroidischen, Theils $\beta\,m\,n\,\gamma$ auslaufenden verhält

$$\text{wie } \sqrt{w.(1+v)} \text{ zur } \sqrt{\left(w\left[2.(1+v)-\sqrt{(1^2+v1)}\right]\right)}$$

Oder,

$$\text{wie } \sqrt{w.(1+v)} \text{ zur } \sqrt{\left[w.\left(2\,(1+v)-\sqrt{1.(1+v)}\right)\right]}$$

d. i. wie 1 zu $\sqrt{\left(2-\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{(1+v)}}\right)}$

Oder wie 1 zu $\sqrt{\left(2-\sqrt{\frac{1}{1+v}}\right)}$.

§. 57.

Es ist also in diesem Fall, wenn nämlich das Gefäß unendlich weit wäre, der Querschnitt des zusammengezogenen Wasserstrahls

$$= \frac{w}{\sqrt{\left(2-\sqrt{\frac{1}{1+v}}\right)}}$$

§. 58.

Jedes Gefäß ohne Röhre, das nicht unendlich weit ist, worin Wasser auf die Höhe v erhalten wird, läßt sich als ein Gefäß mit einer Röhre ansehen, wo die Geschwindigkeit des auslaufenden Wassers ohne Rücksicht auf die Zusammenziehung des Strahls der Höhe

$$\frac{W^2}{W^2 - w^2} \cdot v$$

zugehört; oder der Höhe $v + \frac{w^2}{W^2 - w^2} \cdot v$

Man kann also jedes Gefäß ohne Röhre so ansehen, als ob es mit einer vertikalen Röhre versehen wäre, deren

Länge $= \frac{w^2}{W^2 - w^2} \cdot v$ und deren Weite $= w$ wäre.

§. 59.

Sezt man nun $\frac{w^2 \cdot v}{W^2 - w^2}$ statt l (§. 57.) so gibt sich für jede Oefnung w der Querschnitt des zusammengezogenen Wasserstrahls

$$= \frac{w}{\sqrt{\left[2 - \sqrt{\left[\frac{\frac{w^2 \cdot v}{W^2 - w^2}}{\frac{w^2 \cdot v}{W^2 - w^2} + v}\right]}\right]}}$$

$$= \frac{w}{\sqrt{\left[2 - \sqrt{\left(\frac{w^2 \cdot v}{w^2 \cdot v + W^2 \cdot v - w^2 \cdot v}\right)}\right]}}$$

$$= \frac{w}{\sqrt{\left[2 - \sqrt{\left(\frac{w^2 \cdot v}{W^2 \cdot v}\right)}\right]}} \quad (b)$$

=

$$= \frac{w}{\sqrt{\left(2 - \frac{w}{W}\right)}}$$

für ein Gefäß ohne Röhre.

§. 60.

Eben so läßt sich nun auch für jedes nicht unendlich weite Gefäß mit einer Röhre, die Zusammenziehung des Strahls aus §. 57. leicht herleiten. Es muß nämlich in der ersten Formel §. 59. unter dem zweyten Wurzelzeichen $1 + \frac{w^2}{W^2 - w^2} \cdot v$ statt 1 gesezt werden; das gibt dann den

Querschnitt des zusammengezogenen Wasserstrahls

$$= \frac{w}{\sqrt{\left[2 - \sqrt{\left[\frac{\frac{w^2 \cdot v}{W^2 - w^2} + 1}{\frac{w^2 \cdot v}{W^2 - w^2} + v + 1}\right]}\right]}}$$

$$= \frac{w}{\sqrt{\left(2 - \sqrt{\left(\frac{w^2 \cdot v + (W^2 - w^2) \cdot 1}{w^2 \cdot v + W^2 \cdot v - w^2 \cdot v + (W^2 - w^2) \cdot 1}\right)}\right)}}$$

$$= \frac{w}{\sqrt{\left(2 - \sqrt{\left(\frac{W^2 \cdot 1 + w^2 \cdot (v-1)}{W^2 \cdot (1+v) - w^2 \cdot 1}\right)}\right)}}.$$

§. 61.

§. 61.

Die lezte Formel (§. 60.) ist so allgemein, daß sie für alle mögliche Fälle den Querschnitt des zusammengezogenen Wasserstrahls gibt, die Oefnung mag groß oder klein und das Gefäß mit oder ohne Röhre verbunden seyn. Hat das Gefäß keine Röhre, so sezt man $l = 0$, dadurch verwandelt sich der Ausdruck in diesen

$$\frac{w}{\sqrt{\left(2 - \sqrt{\left(\frac{W^2 \cdot o + w^2 \cdot (v - o)}{W^2 \cdot (o + v) - w^2 \cdot o}\right)}\right)}}$$

$$= \frac{w}{\sqrt{\left(2 - \sqrt{\frac{w^2 \cdot v}{W^2 \cdot v}}\right)}}$$

$$= \frac{w}{\sqrt{\left(2 - \frac{w}{W}\right)}}$$

welches die Formel (§. 59.) ist.

§. 62.

Hätte das Gefäß keine Röhre und ausserdem eine so kleine Oefnung, daß $\frac{w}{W}$ in keinen Betracht käme, so hätte man

$$\frac{w}{\sqrt{2}}$$

wie §. 40.

§. 63.

Auch folgt daraus, daß der Strahl desto weniger zusammengezogen wird, je größer die Oefnung

nung gegen der Weite des Gefäßes d. i. je größer $\frac{w}{W}$ ist.

§. 64.

Hätte das Gefäß gar keinen Boden, so müßte man $w = W$ setzen; das gäbe den Querschnitt des zusammengezogenen Strahls

$$= \frac{W}{\sqrt{\left(2 - \frac{W}{W}\right)}} = \frac{W}{\sqrt{(2-1)}} = W$$

d. i. in diesem Fall würde der Strahl gar nicht zusammengezogen, sondern strohmte in der Weite des ganzen Gefäßes heraus.

§. 65.

Wäre v gegen l unbeträchtlich, so wäre nach §. 60. der Querschnitt des zusammengezogenen Wasserstrahls

$$= \frac{w}{\sqrt{\left(2 - \sqrt{\left(\frac{W^2 . l - w^2 . l}{W^2 . l - w^2 . l}\right)}\right)}}$$

$$= \frac{w}{\sqrt{(2-\sqrt{1})}} = w$$

wie sich gehört, weil alsdenn der Erfolg wie §. 64. seyn muß, nur daß hier die Weite des Gefäßes $= w$ wäre, weil in diesem Fall die Röhre das Gefäß ohne Boden vorstellt.

§. 66.

§. 66.

Steckt in der Bodenöfnung auch keine Röhre, so muß doch die durch den Boden gehende Oefnung selbst als eine Röhre angesehen werden, deren Länge der Bodendicke gleich ist.

§. 67.

Sezt man nun in der allgemeinen Formel §. 60. $l = 0$, so gibt sich die der unveränderlichen Geschwindigkeit des auslaufenden Wassers zugehörige Höhe

$$= \frac{W^2}{W^2 - \frac{w^2}{2 - \frac{w}{W}}} \cdot h$$

Sezt man $v = 0$, so findet sich diese Höhe aus §. 60.

$$= \frac{W^2}{W^2 - w^2} \cdot h$$

$$= \frac{W^2}{0} \cdot h$$

weil für solchen Fall $w = W$ wird; also

$$= \infty$$

wie dem §. 24. gemäs ist.

§. 68.

Poleni u. a. haben bey ihren Versuchen längst bemerkt:

1) Daß die Zusammenziehung des Strahls am stärksten sey, wenn das Wasser durch ein Loch in einer sehr dünnen Platte laufe.

2) Daß

2) Daß die Zusammenziehung großentheils wegfalle, wenn das Wasser durch eine cylindrische Röhre ausfliese.

3) Daß die Zusammenziehung desto geringer sey, je größer die Oefnung in Vergleichung mit der Weite des Gefäßes sey.

Und in den Lehrbüchern der Hydrodynamik findet man diese Erfahrungen selbsten angeführt, z. B. bey H. H. Karsten Lehrbegr. V. Th. S. 53.

Aber Gründe und nähere Bestimmungen dieser Erscheinungen findet man bey ihnen nicht. Vielmehr erinnert H. H. Karsten a. a. O. S. 54. ausdrücklich:

„es würde seine großen Schwierigkeiten haben, „wenn man das Gesetz dieser Zusammenziehung „aus theoretischen Gründen schliesen wollte.„

§. 69.

Die bisherige Theorie stimmt aber mit diesen Erfahrungssätzen genau zusammen, und gibt das Gesetz der Zusammenziehung für alle Fälle so an, wie es denen schon bekannten wirklichen Erscheinungen gemäs ist.

§. 70.

H. H. Kästner sagt Hydrodynamik S. 550.

„Träfen Hrn. D'Alembert Einwendungen Ber„noullis Theorie, so wäre es einem Wunder„werke ähnlich, daß ein solches Gewebe von Un„gereimtheiten, Wahrheit lehrte. Ein paar Irr„thümer, können wohl einander aufheben, daß „Jemand, der sie beyde zusammen annimmt, „was wahres herausbringt, aber so viel solche

„Sätze, von denen Hr. D'Alembert sich mit ei„ner Höflichkeit ausdrückt, die seine Gedanken „doch durchscheinen läßt, sollten die alle zusam„men etwas geben, das unter sich, und mit an„dern Wahrheiten übereinstimmt?„

H. H. Kästner meint hier solche Sätze, die auch Andere, wieder auf andere Art, als von Bernoulli geschehen ist, gefunden haben. In der That liegen aber bey Allen gleiche Voraussetzungen, nur stillschweigend, zum Grund; daher Alle einerley Sätze herausbringen konnten. Hier habe ich Hrn. H. Kästners Worte nur deswegen angeführt, weil sie vielleicht noch mehr zur Bestätigung meiner Theorie dienen können.

§. 71.

Es sey in §. 60.

$$\frac{1}{\sqrt{\left(2-\sqrt{\left(\frac{W^2.1+w^2.(v-1)}{W^2.(1+v)-w^2.1}\right)}\right)}}=\beta.$$

und $\frac{W^2}{W^2-\beta^2.w^2}=\alpha$

also bey einem prismatischen Gefäß, das auf die Höhe v voll Wasser erhalten werden soll,

I. Der Querschnitt des zusammengezogenen Wasserstrahls $=\beta.w$

II. Die zur Geschwindigkeit des ausfliesenden Wassers gehörige Höhe $=\alpha.v+1$ und die Geschwindigkeit selbsten $=2\sqrt{g(\alpha.v+1)}$

so ist

III. die

III. die in 1 Sekunde herausfliesende Wassermenge
$= \beta w . 2 \sqrt{g} . (\alpha v + l)$

§. 72.

Hieraus erhellet, daß dergleichen im Boden eingesteckte Röhren nicht nur, ihrer Höhe gemäs, die Geschwindigkeit des auslaufenden Wassers, sondern auch den Querschnitt des durchschiesenden Wasserstrahls, vergrössern, also die in einer Sekunde auslaufende Wassermenge aus einem zweyfachen Grund vermehren.

§. 73.

Man sieht aus dem Bisherigen, daß die Zusammenziehung des Strahls allemal beym Eintritt in die Röhre geschieht; Die Röhre selbst bleibt ganz vom Wasser ausgefüllt; weil aber das Wasser nicht in der Weite der Röhre durch die Oefnung des Gefäßes mit seiner oben bestimmten Geschwindigkeit nachschießt, so muß die Geschwindigkeit des durch die untere Röhrenmündung schiesenden Wassers geringer seyn, als der bisherigen Bestimmung gemäs wäre, nämlich nur so groß als die Geschwindigkeit, womit das Wasser die Röhre ausfüllt. Nahe um die Axe der Röhre wird seine Geschwindigkeit der berechneten ziemlich nahe kommen, weiter von derselben aber desto mehr davon verschieden seyn, je näher die Streifen dem Rand liegen, so daß die zunächst am Rand liegenden nur sehr langsam nachsinken und von denen näher nach der Axe liegenden gleichsam nur fortgerissen werden. Nur dieses langsame Nachsinken der nahe an dem Rand liegenden Theilchen, vermög dessen solche von den schneller schiesenden mittlern Streifen nach der Axe hingerissen werden, kann dem herausfahrenden Strahl

unter der Mündung der Röhre das Ansehen geben, als ob er gleichfalls daselbst etwas weniger enger als die Röhrenmündung wäre.

§. 74.

Die ausfliesende Wassermenge bleibt inzwischen nach §. 57. und 60. für 1 Sekunde wie §. 71. No. III.

§. 75.

Bisher habe ich noch $l \leqq k$ vorausgesezt, oder daß die Länge der Röhre kürzer als die mit der Atmosphäre im Gleichgewicht stehende 31 bis 32 Fuß hohe Wassersäule angenommen.

Ist aber $l > k$ nämlich $= k + p$, so müßte wie zuvor eine Leere unter m n entstehen, und in diesem Fall müßte sie auch beständig bleiben. Denn es sey z. B. die Höhe dieser Leere $= x$, so gehörte die Geschwindigkeit, womit das Wasser durch m n ströhmte, zur Höhe $k + \alpha v$ und die, womit das Wasser auf die Wassersäule in der Röhre auffiele, zur Höhe $k + \alpha v + x$; Wäre nun $x = p$, so müßte die in der Röhre befindliche Wassersäule schon für sich mit dem atmosphärischen Druck auf die untere Röhrenmündung im Gleichgewicht seyn, folglich solche, wenn $\beta . w$ die Dicke des Wasserstrahls ist, mit der zur Höhe $(k + \alpha v + p) . \beta^2$ gehörigen Geschwindigkeit unten herausströhmen, folglich, da das Wasser nur mit der zur Höhe $k + \alpha v$ gehörigen Geschwindigkeit durch m n oder w zufließt, also die Wasser ~~Röhre~~ eigentlich nur mit der zur Höhe $\beta^2 . (k + \alpha v)$ gehörigen Geschwindigkeit die Röhre ausfüllt, mehr abals zufliesen; Da nun solches nicht geschehen kann, so folgt, daß die Höhe der Wassersäule in der Röhre $< k$ seyn müsse, damit sie noch nicht für sich allein dem atmosphärischen

schen Druck auf die untere Röhrenmündung das Gleichgewicht zu erhalten vermag, sondern hierzu noch einen Theil des Wasserstoßes, welchen das durch m n herabfallende Wasser verursacht, nöthig hat; es folgt also hieraus, daß nothwendig

$$x > p$$

seyn müsse. Es ließe sich x ohne Schwierigkeit berechnen, welches hier aber überflüssig wäre, weil der Erfolg doch bekannt ist. Es fließt nämlich nunmehr das Wasser sowohl durch m n als durch die untere Röhrenöfnung mit der zur Höhe $\alpha v + k$ gehörigen Geschwindigkeit, indem die in der Röhre bleibende leichtere Wassersäule wegen des schwerern atmosphärischen Drucks auf die untere Mündung nicht mit der zur Höhe $k + \alpha v + x$ gehörigen Geschwindigkeit, sondern nur mit der zur Höhe $\alpha v + k$ gehörigen wie eine zusammenhängende Masse fortgestoßen wird.

§. 76.

Hier zeigt sich also offenbar, daß die auslaufende Wassermenge weiter keine Funktion von der Höhe der Röhre ist, sondern daß solche ausser der Höhe des Wasserstandes im Gefäß und der Oefnung des Gefäßes von nichts weiterem mehr als lediglich von der Mitwirkung des atmosphärischen Drucks abhängt.

Aber nach der Bernoullischen u. a. Theorien müßte die Wassermenge allemal der Höhe $1 + \alpha v$ zugehören, dessen Unmöglichkeit für $1 > k$ offenbar in die Augen fällt. *)

*) Wenn nämlich, wovon hier nur die Rede ist, die Röhrenweite durchaus mit der untersten Ausflußöfnung $= w$ ist.

Herr Bernoulli hat bey seinen Versuchen allemal Röhren gebraucht, die kürzer als 31 Fuß wären, daher er sich in seiner Meinung bestätigt fand. Hätte er aber Röhren über 31′ lang gebraucht, oder seine Versuche im lustleeren Raum angestellt, so würde er augenscheinlich seinen Irrthum ersehen haben.

Sechster Abschnitt.

Vom Druck des Wassers auf den um die Oefnung liegenden Theil des Bodens.

---

§. 77.

Aus §. 37. erhellet, daß während dem wirklichen Auslaufen des Wassers die vertikalen Pressungen sämmtlicher Schichten des Wassersphäroids auf den um die Oefnung herumliegenden Theil des Bodens gar keine Wirkung äußern, sondern lediglich durch die Bodenöfnung wirken. Das um das Sphäroid herumstehende Wasser druckt also auf den Boden eben so, wie eine Wassersäule, deren Höhe $= \frac{W^2}{W^2 - (\beta w)^2} \cdot v$ (§. 71.) und Grundfläche = dem um die Oefnung herumliegenden Bodenstück ist; und sein Druck auf den noch vorhandenen Theil des Bodens ist demnach

$$= \frac{W^2 \cdot v}{W^2 - (\beta w)^2} \cdot (W - w)$$

§. 78.

Verhindert man plötzlich den Ausfluß und Zufluß zu gleicher Zeit, so steht über dem Boden eine Wasser-

säule, deren Höhe = v und Grundfläche = W ist, daher nunmehr der Druck auf den Boden = v . W seyn muß. Und in diesen Ausdruck verwandelt sich auch die obige Größe, weil man darin für den erwähnten Fall $w = 0$ setzen muß, da dann $\frac{W^3}{W^2} \cdot v = W \cdot v$ heraus-kommt.

§. 79.

Hat das Gefäß gar keinen Boden, so ist ohne Rechnung klar, daß auch kein Druck auf den Boden erfolgen könne, und es wird auch für $w = W$ der Ausdruck für den Bodendruck $= 0$.

Es ist nämlich in diesem Fall

$$\frac{W^2 \cdot v}{W^2 - (\beta w)^2} \cdot (W - w) = \frac{W^2 \cdot v \cdot (W - w)}{(W - w) \cdot (W + w)}$$

$$= \frac{W^2 \cdot v}{W + w} = \frac{W^2 \cdot v}{2W} = \tfrac{1}{2} W \cdot v$$

$$= (1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 \ldots\ldots \text{in infin}) \cdot W \cdot v$$

welches hier die Bedeutung hat, daß der Bodendruck aus den Druckungen unendlich vieler Wassersäulen, für deren jede aber der Druck $= 0$ ist, zusammengesezt sey, wie dem 24. §. gemäs ist. Der Ausdruck $\frac{1}{2} W v$ ist also hier eine blos abgekürzte, algebraische Summe statt der unendlichen Reihe $0 + 0 + 0 \ldots\ldots$. Man kann auch die Sache kürzer so erläutern: Der Druck auf den Boden erfolgt in diesem Fall erst nach unendlicher Zeit d. i. niemalen.

Siebenter Abschnitt.

Vergleichung der vorigen Theorie mit dem bisherigen Zustand der Hydrodynamik.

§. 80.

Daß die Zusammenziehung des Wasserstrahls schon lange als eine allgemeine Erscheinung bemerkt worden ist, habe ich schon §. 20. angezeigt. Man sahe sie aber keinesweges als eine in den allgemeinen Bewegungs-Gesetzen schwerer Körper selbst gegründete Erscheinung an, sondern hielt sie für eine Folge von theils unbekannten zufälligen Hindernissen, die sich durch keine Theorie bestimmen lassen. Und so wird sie jezt noch überall angesehen.

Belidor sucht den Grund davon da, wo man ehemals alle Abweichungen falscher Maschinenberechnungen von der Wahrheit zu suchen gewohnt war — in der Friktion! Meines Bedünkens aber wäre bey einer so ausserordentlich beträchtlichen Abweichung der wirklichen Wassermengen von denen nach der Theorie berechneten, der natürlichste Gedanke gewesen, daß der Grund davon in der angewendeten Theorie selbsten liegen müsse.

§. 81.

Der im V. Abschnitt vorgetragenen Theorie zufolge, ergibt sich der Querschnitt des zusammengezogenen Wasserstrahls $= \frac{w}{\sqrt{2}}$, wenn die Oefnung w gegen der Weite des Gefäßes W sehr klein ist. Erinnert man sich nun

nun der (§. 20.) angeführten aus Versuchen hergeleiteten Bernoullischen und Newtonschen Bestimmung, so findet man die genauste Uebereinstimmung. Nach dieser Theorie sollte nämlich die Zusammenziehung allemal wirklich so heraus kommen, wie sie Bernoulli und Newton a. a. O. aus Versuchen hergeleitet haben. Daß aber gleichwohl in der Ausübnng noch Nebenumstände eintreten, welche hierin einige Aenderung verursachen können, habe ich schon §. 44. erinnert. Inzwischen erhellet doch, daß wirkliche Versuche mit dieser Theorie gut genug zusammenstimmen. Auch die schon §. 68. erwähnten besondern Erscheinungen in Ansehung der veränderlichen Dicke des zusammengezogenen Wasserstrahls sind der bisherigen Theorie völlig gemäs.

§. 82.

Die Ursache, warum alle bisherigen Lehrer der Hydrodynamik zwar durch Beobachtungen nicht aber durch Theorie auf die Zusammenziehung des Strahls geleitet werden, liegt in der, der Natur unangemessenen, Voraussetzung (§. 17.). Sie nehmen die Geschwindigkeit der die ganze Oefnung ausfüllenden Wasserschichte der Höhe des Wassers $a.h$ zugehörig an, und setzen dabey gleich voraus, daß alle obere Schichten sogleich die ausweichenden untern wieder ausfüllen. Es ist aber schon oben gewiesen worden, daß zu dieser völligen Ausfüllung nothwendig die Entstehung des vollständigen zu der ganzen Oefnung gehörigen Sphäroids erfodert wird. Nothwendig muß also nach solcher Theorie der Erfolg so heraus kommen, wie er sich bey Entstehung des vollständigen Sphäroids ergeben müßte, d. i. es muß die Dicke des Strahls $= w$ heraus kommen,

weil dabey im Grund die Entstehung des vollständigen Sphäroids stillschweigend vorausgesezt wird, da doch erst das wirklich entstehende Sphäroid nach den Bewegungsgesetzen hätte untersucht werden müssen.

§. 83.

Man mag das oben erwähnte vollständige oder das zusammengedruckte Sphäroid annehmen, so muß man, weil beyde gleiche Höhe haben, allemal die der Geschwindigkeit des ausfliesenden Wassers zugehörige Höhe $= \frac{W^2}{W^2 - w^2} . h$, wenn man die Zusammenziehung des Strahls nicht mit in Rechnung bringt, finden. Da nun alle Lehrer der Hydrodynamik ihre Theorie auf solche Sätze gebaut haben, wobey die Entstehung des vollständigen Sphäroids stillschweigend zum Grund liegt, also $\beta = 1$ wird, so müssen sie, ihr Vortrag mag von dem meinigen noch so verschieden seyn, dennoch die zugehörige Wasserhöhe gleichfalls $= \frac{W^2}{W^2 - w^2} . h$ finden. Und in der That kommen sie auch, wiewohl erst nach ziemlich verwickelten Rechnungen, auf eben diese Bestimmung, z. B. H. H. Karsten Hydraulik V. Th. S. 231. H. H. Kästner §. 459-461. Es ist also ein bloßes Ohngefähr, daß die gewöhnlichen Theorien hierin zu dieser Formel führen. Und es kann dieser Erfolg zugleich zur Bestätigung dessen dienen, was ich von der falschen Grundlage dieser Theorien gesagt habe. Ihre Theorien geben auch von dem wirklich Sonderbaren, das in der Formel liegt, weiter keinen physischen Grund an, sondern es bleibt solche bey ihnen eine bloße Folge aus analytischen Formeln, deren physische Richtigkeit man

leicht

leicht bezweifeln könnte, und deren wahren Sinn man in der That aus ihrem Vortrag nicht erkennt. Wenn daher H. H. Karsten Hydraulik V. Th. §. 14. den Satz findet:

„das Wasser ströhme aus der Oefnung mit der zur „Höhe des Wassers gehörigen Geschwindigkeit„

so ist solches offenbar unrichtig, und rührt daher, weil er an dieser Stelle auf den Umstand nicht Acht gehabt hat, daß das zufliesende Wasser selbst schon mit einer merklichen Geschwindigkeit hinzutreten müsse. Nur für Fälle, wo $\frac{w}{W}$ klein genug ist, läßt sich dieser Umstand bey Seit setzen, sonsten aber nicht.

§. 84.

Die Herrn Bernoulli, Kästner und Karsten haben (P. I. Hydraul. §. 27-30. Hydrodyn. §. 544. Lehrbegriff der gesammten Mathem. S. 343.) Jeder für den Druck des Wassers auf den Boden eine eigene Formel gegeben, wovon keine mit der andern und keine mit der meinigen übereinstimmt.

Die Bernoullische gibt den Druck beyläufig doppelt so groß an, als ich ihn §. 50. bestimmt habe. Fände sie Statt, so wäre es leicht, die bekannte Wassersäulenmaschine in ein Perpetuum Mobile zu verwandeln. Aber ihre Unrichtigkeit ist zu augenscheinlich.

Die Karstensche Formel gibt unter allen den Wasserdruck am geringsten an.

Die Kästnersche gibt den Druck auf den Boden gleichfalls geringer als die meinige, doch kommt sie ihr am nächsten.

Ich

Ich kann keiner von allen diesen Formeln beytreten, weil ich nicht sehe, was sich gegen den Vortrag, worauf ich meine Formel gegründet habe, einwenden ließe.

Achter Abschnitt.

Ueber das Auslaufen aus Gefäßen, die, ohne Zufluß zu erhalten, sich ausleeren.

§. 85.

Wenn ein Gefäß wie bisher anfänglich auf die Höhe v mit Wasser angefüllt ist, und nun die untere Mündung plözlich eröfnet wird, ohne beym Abfluß einigen Zufluß zu erhalten, so müssen sich die Wassertheilchen sogleich nach den Gesetzen der Schwere senken, und wenn solchergestalt die oberste der sinkenden Schichten bis in die untere Mündung gekommen ist, so hat sie daselbst nach den allgemeinen Lehren der Mechanik eine Geschwindigkeit

$$= 2\sqrt{g \cdot v}$$

erlangt, welches in der Zeit $t = \sqrt{\frac{v}{g}}$ geschieht.

§. 86.

Aber während dem Ausfluß sinkt nunmehr, wegen des fehlenden Zuflusses, der Wasserspiegel in jedem Augenblick tiefer, so daß die Höhe v von Augenblick zu Augenblick abnimmt.

§. 87.

Soll nun die fortdauernde Bewegung nach den Gesetzen der Bewegung erfolgen, so muß in jedem Augenblick

genblick ein neues zum jedesmaligen Werth von v und der Oefnung w gehöriges Sphäroid unterhalten werden, wie aus den bisherigen Lehren folgt. Es muß also in jedem Augenblick oder für jeden Werth von v der Bruch $\frac{W}{w}$ eigentlich unendlich groß seyn.

§. 88.

Hätte man also ein Gefäß, für welches $\frac{W}{w}$ unendlich groß wäre, so könnte das erwähnte Sphäroid beständig unterhalten werden, und das Wasser nach den allgemeinen Gesetzen der Bewegung ohne Hinderniß ablaufen.

§. 89.

Ein dergleichen Gefäß ließe sich also als ein solches betrachten, das nach Verfluß der Zeit t (§. 85.) in jedem Augenblick auf die Höhe v, die es in solchem Augenblick hätte, voll erhalten würde.

§. 90.

Bey einem dergleichen Gefäß gelten also offenbar (ich verstehe nämlich in diesem Abschnitt allemal nach Verfluß der Zeit t, §. 85.) für jede Höhe des Wassers v die nämlichen Werthe von β und α wie §. 71.

§. 91.

Und in der Ausübung kann man also eben diese Werthe für jeden Werth von v noch beybehalten, wenn $\frac{w}{W}$ nur einen solchen Werth hat, daß der Unterschied zwischen v und α v in der Ausübung in keinen Betracht kommt.

§. 92.

§. 92.

Es ist aber nunmehr die Frage: ob sich die Werthe von α und β (§. 71.) noch beybehalten lassen, was auch $\frac{w}{W}$ für einen Werth habe?

Dafern die Bewegung wirklich nach den allgemeinen Gesetzen der Schwere fortgehen, also auch die Oberfläche des Wassers in jedem Augenblick für jeden Werth von v genau wagrecht oder auf die jedesmalige Höhe v wirklich voll, d. h. wagrecht seyn soll, so müssen offenbar die Sätze §. 71. auch hier ihre Anwendung leiden, also:

die beym jedesmaligen Wasserstand v zur Geschwindigkeit des auslaufenden Wassers gehörige Höhe $= \frac{W^2}{W^2 - \beta^2 w^2} \cdot v$ seyn.

In vorigen Abschnitten zeigte sich nämlich, daß bey einem zu einer bestimmten Höhe v beständig voll bleibenden Gefäß, die Oberfläche in der That den Druck einer beständig hinzukommenden Wassersäule leide, und daher die Geschwindigkeit des Wassers bey der sichtbaren Höhe v im Grund wirklich nicht blos dieser sichtbaren oder unmittelbar in die Augen fallenden, sondern der Summe dieser und der noch hinzutretenden die beständige Höhe bewirkenden, also der im Grund wirklich vorhandenen größern Höhe $\frac{W^2}{W^2 - \beta^2 w^2} \cdot v$ zugehöre, und die Kraft des fehlenden sphäroidischen Theils über der Oberfläche in der That ersezt werde. Allemal hat man bey Anwendung analytischer Formeln erst zu prüfen, ob auch der dazu erfoderliche physische Umstand eintrete, weil man

man sonst falsche Schlüsse daraus herleiten kann.*) Hier nun tritt der erfoderliche physische Umstand gleichfalls ein. Weil nämlich der Wasserspiegel beständig selbsten sinkt, so hat die jedesmalige oberste Schichte selbsten schon eine Geschwindigkeit.

Diese Geschwindigkeit der obersten Fläche rührte bey beständig vollen Gefäßen von dem äußern Zufluß her; hier aber vertritt das Wasser im Gefäß selbsten die Stelle des äussern Zuflusses. Soll nämlich der Wasserspiegel im jetzigen Fall beständig in der jedesmaligen (beständig abnehmenden) Höhe v ordentlich erhalten werden, so muß solches durch den Zufluß des um das Sphäroid herum im Gefäß selbsten stehenden Wassers geschehen, daß also in jedem Augenblick für jeden Werth von v die Bewegung völlig so erfolgen muß, wie sie für eben den Werth von v bey beständig vollen Gefäßen erfolgt. Ist die Ausflußöfnung bey lezterm von der Art, daß die Oberfläche nicht wagrecht bleibt, sondern eine unordentliche Gestalt erhält, also die eigentliche Höhe des Wasserstandes v sich nicht so genau messen läßt, sondern eine mittlere Größe dafür angenommen werden muß, so muß es in Gefäßen, die sich ausleeren, eben so erfolgen. Hier ist aber überhaupt nur die Rede von solchen Fällen, wo die Oberfläche beständig ohne merklichen Fehler als wagrecht angenommen werden kann, und was zu dem Ende nach den allgemeinen Gesetzen der Schwere die verschiedenen Abmessungen für eine Verhältniß unter einander haben müssen.

§. 93.

*) Ein Beyspiel findet man oben §. 79.

§. 93.

Es bleiben demnach nach Verfluß der Zeit t, §. 85. für jeden Werth von v und $\frac{w}{W}$ die Werthe von α und β wie §. 71. also

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{\left(2 - \sqrt{\left(\frac{W^2 . 1 + w^2 . (v-1)}{W^2 . (1+v) - w^2 . 1}\right)}\right)}}$$

und $\alpha = \frac{W^2}{W^2 - \beta^2 w^2}$.

§. 94.

Für $w = W$ wird also auch hier wie in §. 64. der Querschnitt des zusammengezogenen Strahls $= W$ d. i. der ganzen Oefnung gleich; Und die der Geschwindigkeit des ausfliesenden Wassers nach der Zeit t zugehörige Höhe für $w = W$ wie §. 67.

$$= \infty .$$

Je größer nämlich w ist, desto schneller muß das um das Sphäroid herumstehende Wasser in das Sphäroid hineinstürzen, um die Wasserfläche beständig zu unterhalten, weil immer desto weniger Wasser eine desto grössere Lücke ausfüllen muß. Wenn nun die Oefnung $w = W$ ist, so schießt sämmtliches Wasser in der Zeit t aus dem Gefäß herab (§. 85.) und die nach der Zeit t noch übrige Wassermenge ist also in diesem Fall $= 0$, und die Bedeutung obigen Satzes ist daher diese: in diesem Fall ist so wenig Wasser mehr übrig, daß zu Herstellung des Spiegels keine endliche Geschwindigkeit mehr hinreicht. Man sieht hieraus den Zusammenhang dieser Sätze mit dem wirklich Physischen.

§. 95.

§. 95.

Wenn die Bewegung gleichförmig ist, so ist nach den ersten Gründen der Mechanik

$$\text{die Geschwindigkeit} = \frac{\text{dem durchloffenen Raum}}{\text{verflossene Zeit.}}$$

Nun läßt sich ein sich ausleerendes Gefäß so ansehen, als ob der darin sinkende Wasserspiegel in unendlich kleiner Zeit seine Geschwindigkeit nicht ändere, d. i. sich gleichförmig senke. Ist nun das Wasser im Gefäß von seiner nach der Zeit t habenden Höhe, die ich mit Inbegrif der Röhre $= a + l$ setzen will, so tief gesunken, daß der Spiegel nach der Zeit T, (die ich erst vom Verfluß der Zeit t §. 85. anrechne), nur noch in der Höhe $l + x$ über der Oefnung steht, so gehört zu der Zeit $T + dT$ nur noch die Wasserhöhe $l + x - dx$; also zur Zeit dT der Raum $- dx$; Und nun hat man also für diesen Augenblick

$$\text{die Geschwindigkeit des Wasserspiegels} = \frac{\text{Raum}}{\text{Zeit}} = \frac{-dx}{dT}.$$

Weil nun die Geschwindigkeit, während dem der Spiegel um die Tiefe dx sinkt, ungeändert bleibt, wie sie in der Höhe $l + x$ war, so hat man nach §. 71. die Geschwindigkeit des Wasserspiegels

$$= \frac{\beta w}{W} \cdot 2\sqrt{g}\left(l + \frac{W^2}{W^2 - \beta^2 w^2} \cdot x\right) = \frac{-dx}{dT}$$

Oder

$$\frac{dx}{dT} = -\frac{\beta w}{W} \cdot 2\sqrt{g}\left[\sqrt[3]{l + \frac{W^2 x}{W^2 - \frac{w^2}{2}\sqrt{W^2 l + w^2(l+x)}}}\right]$$
$$\sqrt{W^2(l+x) - w^2 \cdot l}$$

§. 96.

Um nun die Höhe des Wasserstands x zu finden, welche das Wasser am Ende der Zeit T noch hat, müßte man die eben gefundene Differentialformel integriren. So viel ich aber sehe, läßt sich in dieser Allgemeinheit für das Integral kein brauchbarer Ausdruck angeben. Ich will daher ein Gefäß ohne Röhre annehmen. In diesem Fall ist $l = 0$, und

$$\frac{dx}{dT} = -\frac{2\beta w}{W} \cdot \sqrt{\left[\left[g \cdot \frac{W^2 \cdot x}{W^2 - \frac{w^2}{2 - \sqrt{\frac{w^2 x}{W^2 \cdot x}}}}\right]\right]}$$

$$= -2\beta w \cdot \sqrt{\left[\frac{g \cdot x}{W^2 - \frac{w^2}{2 - \frac{w}{W}}}\right]}$$

$$= -2\beta w \cdot \left[\frac{g}{W^2 - \frac{w^2}{2 - \frac{w}{W}}}\right]^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{2}}$$

Demnach

$$dT = \frac{-\frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} \cdot dx}{\beta w \cdot \sqrt{\left[\frac{g}{W^2 - \frac{w^2}{2 - \frac{w}{W}}}\right]}}$$

Und

Und nun

$$T = \frac{x^{\frac{1}{2}}}{\beta w \cdot \sqrt{\left[\frac{g}{W^2 - \frac{w^2}{2 - \frac{w}{W}}}\right]}} + \text{const.}$$

Wenn nun die Wasserhöhe nach Verfluß der ersten Zeit (§. 85.) a heist, so ist für $x = a$ die Zeit $T = o$ also nach Bestimmung der Konstante

$$T = \sqrt{\frac{a}{g}} \cdot \frac{\left[W^2 - \frac{w^2}{2 - \frac{w}{W}}\right]}{\beta w} - \sqrt{\frac{x}{g}} \cdot \frac{\left[W^2 - \frac{w^2}{2 - \frac{w}{W}}\right]}{\beta w}$$

$$= \sqrt{\left[W^2 - \frac{w^2}{2 - \frac{w}{W}}\right]} \cdot \frac{\sqrt{a} - \sqrt{x}}{\beta \cdot w \quad \sqrt{g}}$$

§. 97.

Diese Formel versteht sich aber nach Verfluß der ersten Zeit t (§. 85.). Heißt also die anfängliche Höhe des Wasserstandes v, die Höhe nach Verfluß der Zeit t aber a, und die gesammte Zeit, worin, vom ersten Anfang des Auslaufens angerechnet, das Wasser so weit herabsinkt, daß es nur noch die Tiefe x behält, $= \tau$, so ist $\tau = t + T$

also

$$\tau = \sqrt{\frac{v}{g}} + \left(\frac{\sqrt{a} - \sqrt{x}}{\sqrt{g}}\right) \cdot \sqrt{\frac{\left[W^2 - \frac{w^2}{2 - \frac{w}{W}}\right]}{\beta w}}$$

Es ist aber hier $\beta = \frac{1}{\sqrt{\left(2 - \frac{w}{W}\right)}}$, demnach

$$\tau = \sqrt{\frac{v}{g}} + \left(\frac{\sqrt{a} - \sqrt{x}}{\sqrt{g}}\right) \cdot \sqrt{\frac{\left[W^2 - \frac{w^2}{2 - \frac{w}{W}}\right]}{w : \sqrt{\left(2 - \frac{w}{W}\right)}}}$$

$$= \sqrt{\frac{v}{g}} + \frac{\sqrt{a} - \sqrt{x}}{\sqrt{g}} \cdot \sqrt{\frac{\left(W^2 \cdot \left(2 - \frac{w}{W}\right) - w^2\right)}{w}}$$

§. 98.

Es muß also zum Gebrauch dieser Formel noch der Werth von a bestimmt werden, da es denn auf die Untersuchung ankommt, was binnen der ersten Zeit t für eine Wassermenge aus dem Gefäß abfließt?

Wenn das Gefäß anfänglich auf die Höhe v mit Wasser angefüllt ist und nun das Bodenloch plözlich eröfnet wird, so ist schon oft erwähnt worden, daß die in diesem Augenblick über der Oefnung stehende Wassersäule als eine zusammenhängende Masse nach den Gesetzen schwerer Körper herabfallen müsse, ohne daß sich bey der ersten Säule an die Entstehung eines Sphäroids gedenken läßt. Diese erste Säule sinkt also in ihrer ganzen

Dicke

Dicke w herab, und während diesem Fall müssen die der Oberfläche dieser Säule nachfolgende Wassertheile das obenerwähnte Sphäroid bilden, eben wegen des Gesetzes, wonach diese Säule herabfällt.

Es ist also die Wassermenge, welche in der ersten Zeit t (§. 85.) herausfließt

$$= w \cdot v$$

und der Wasserspiegel sinkt also während dieser Zeit um die Tiefe $\frac{w}{W} \cdot v$; folglich ist am Ende der Zeit t (§. 85.)

$$\text{die Wasserhöhe } a = \frac{W - w}{W} \cdot v$$

Diesen Werth statt a in die Formel (§. 98.) gesezt, gibt

$$\tau = \sqrt{\frac{v}{g}} + \sqrt{\frac{W-w}{W}} \cdot v - \sqrt{x} \;\; \sqrt{\left(W^2 \cdot \left(2 - \frac{w}{W}\right) - w^2 \right)} \;\; \times \frac{}{\sqrt{g} \qquad w}$$

$$= \frac{\sqrt{v} + \left(\sqrt{\frac{W-w}{W}} \cdot v - \sqrt{x} \right) \cdot \sqrt{\left(\frac{W^2}{w^2} \cdot \left(2 - \frac{w}{W}\right) - 1 \right)}}{\sqrt{g}}$$

§. 99.

Für $w = W$ verwandelt sich dieser Ausdruck in

$$\tau = \sqrt{\frac{v}{g}} = t \text{ (§ 85.)}$$

wie sich für diesen Fall gehört, weil nun in der Zeit t sämmtliches Wasser herabfällt.

§. 100.

Ist w gegen W sehr unbeträchtlich, so daß sich $\frac{W - w}{W}$

in der Ausübung = 1 annehmen läßt, so läßt sich die lezte Formel §. 98. in folgende abkürzen

$$\tau = \frac{\sqrt{v} + (\sqrt{v} - \sqrt{x}) \cdot \left(\sqrt{2}\,\frac{W^2}{w^2}\right)}{\sqrt{g}}$$

$$= \frac{\sqrt{v} + (\sqrt{v} - x) \cdot \frac{W}{w} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{g}}$$

§. 101.

Für die völlige Ausleerung des ganzen Gefäßes wird $x = 0$,

also
$$\tau = \frac{\sqrt{v} + \frac{W}{w} \cdot (\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{v})}{\sqrt{g}}$$

oder
$$= \left(\frac{W \cdot \sqrt{2}}{w} + 1\right) \cdot \sqrt{\frac{v}{g}}$$

also für ein sehr kleines $\frac{w}{W}$, $= \frac{W \cdot \sqrt{2}}{w} \cdot \sqrt{\frac{v}{g}}$

Und die in dieser Zeit ausfliesende Wassermenge ist dem sämmtlichen im Gefäß befindlichen Wasser gleich,

also
$$= W \cdot v$$

§. 102.

Aus einem beständig in der Höhe v voll erhaltenen Gefäß fließt in der Zeit (§. 101.) nach §. 71. III.

die Wassermenge $= \tau \cdot \beta w \cdot 2\sqrt{g v}$

weil sich hier $\alpha = 1$ seßen läßt, und $l = 0$ ist.

Also $= \frac{W \cdot \sqrt{2}}{w} \cdot \sqrt{\frac{v}{g}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot w \cdot 2\sqrt{gv}$

$$= \frac{W \cdot (\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{v}) \cdot w \cdot 2 \cdot (\sqrt{g}) \cdot (\sqrt{v})}{w \cdot (\sqrt{g}) \cdot (\sqrt{2})}$$

d. i. $= 2 \cdot W \cdot v$

nämlich für ein sehr kleines $\frac{w}{W}$

§. 103.

Binnen der Zeit also, worin sich ein auf die Höhe v angefülltes Gefäß mit einer kleinen Bodenöfnung ohne Röhre ausleert, würde aus eben dem Gefäß doppelt so viel Wasser auslaufen, wenn es auf die Höhe v beständig voll erhalten würde.

§. 104.

Für Gefäße mit Röhren sehe ich noch kein Mittel, aus §. 95. eine Integralgleichung zwischen x und T herzuleiten. In diesen Fällen ist nämlich β selbst eine veränderliche Größe, und eine Funktion von x, so daß β wächst, wenn x abnimmt, wo nämlich x die Höhe des Wasserspiegels über des Gefäßes Oefnung bedeutet. Für $x = 0$ wird β am größten, nämlich $= 1$ wie aus §. 71. erhellet. Der Strahl wird also während dem Auslaufen beständig dicker, bis er zulezt, wenn nur noch die Röhre mit Wasser angefüllt ist, $= w$ d. i. so weit als die Oefnung selbsten, wird. Eben hieraus erhellet also auch, daß bey einem sich ausleerenden Gefäß mit einer Röhre die ausfliesende Wassermenge in einer geringern Verhältniß oder langsamer als die der jedesmaligen Geschwindigkeit zugehörige Höhe abnimmt, und daß also

in der Zeit, wo sich ein auf die Höhe v anfänglich angefülltes mit einer kleinen Oefnung und Röhre versehenes Gefäß gänzlich ausleert, aus eben dem Gefäß, wenn es auf die Höhe v beständig voll erhalten würde, nicht doppelt so viel Wasser auslauft, weil bey lezterm der anfängliche Querschnitt des Wasserstrahls unverändert bleibt, bey ersterm aber immer weiter wird, bis er $= w$ ist. Und da überdas auch noch die Geschwindigkeit des auslaufenden Wassers desto größer wird, je mehr β zunimmt, wie aus §. 71. erhellet, so fällt in die Augen, daß das in eben der Zeit, da sich ein Gefäß mit einer Röhre ohne Zufluß gänzlich ausleert, aus eben dem Gefäß, wenn es beständig auf die anfängliche Höhe voll erhalten wird, merklich weniger als das doppelte von jener Wassermenge auslaufen kann, desto merklicher, je größer l ist. Selbst bey Gefäßen ohne eigentliche eingesteckte Röhren muß dieses schon Statt finden, wenn der Boden nur einige beträchtliche Dicke hat, weil alsdenn das Bodenloch selbsten schon eine kurze Röhre vorstellt. Alles dieses trift mit angestellten Versuchen überein.

§. 105.

Weil in dem Augenblick, da alles Wasser aus dem Gefäß heraus und nur noch die Röhre ganz mit Wasser angefüllt ist, $\beta = 1$, und $W = w$ wird, so hat man alsdenn aus §. 71. die zur Geschwindigkeit des durch die untere Röhrenmündung herausschiesenden Wassers gehörige Höhe

$$\alpha v + l = \infty + l$$

Ueber die Bedeutung des ∞ habe ich mich schon in §. 94. erklärt. Es heißt hier nur, daß keine endliche Geschwindigkeit mehr hinreichend ist, den Wasserspiegel über

der

der Oefnung des Gefäßes zu erhalten, und daß also nun das Wasser von diesem Augenblick nicht mehr im Gefäß sondern blos in der Röhre seinen Spiegel hat, und zwar mit der Geschwindigkeit $2\sqrt{gl}$ sinkt. Daß aber die Geschwindigkeit dieser Wassersäule, während ihrem Sinken durch die Röhre, beständig der Höhe l zugehört, erhellet leicht. Wenn nämlich die Wassersäule in der Röhre um die Tiefe y gesunken ist, so hat nun die oberste Schichte von ihrer zugehörigen Höhe die Höhe y verlohren, aber durch die Einwirkung der Schwere während diesem Fall wieder die nämliche Höhe gewonnen, daher für jede Tiefe y die zur Geschwindigkeit der obersten Schichte der gesunkenen Röhrensäule gehörige Höhe $= l - y + y$ d. i. $= l$ bleibt. Nach völliger Ausleerung wird $y = l$, daher die Höhe $= l - l + l = l$. Daher am Ende die ganze Geschwindigkeit $2\sqrt{gl}$ von der nämlichen Ursache herrührt, vermög der, ein durch die Höhe l frey fallender, Körper am Ende die Geschwindigkeit $2\sqrt{gl}$ erlangt.

Hierdurch wird das, was H. H. Kästner Hydrod. §. 170. sagt, genauer bestimmt. Ist nämlich die Zeit, worin sich das Gefäß bis auf die Bodenöfnung leert, t; und die, worin sich das Gefäß sammt der eingesteckten Röhre leert, T; so ist, wenn $\frac{w^2}{W^2}$ unbeträchtlich ist,

$$T = t + \frac{l}{2\sqrt{gl}} = t + \tfrac{1}{2}\sqrt{\frac{l}{g}}$$

welches meistens sehr wenig mehr als t betragen wird. Z. B. für $l = 4$ Fuß wird sehr nahe $T = t + \frac{1}{4}$ Sekunde. Zum Schluß wiederhole ich nochmals, daß die bisherigen Sätze nur für $l < K$ (§. 53.) gelten.

Drittes Kapitel.

Allgemeinere Untersuchung über die Bewegung des Wassers aus Gefäßen mit Röhren, wenn auch noch andere Kräfte den Druck des Wassers ändern.

§. 106.

Aufg. Wenn sich in einem gleichweiten Gefäß im Boden eine gleichweite Röhre, wie man will gekrümmt, befindet, und das Gefäß sammt der Röhre anfänglich verschlossen ist, so läßt sich fragen: was es nach Eröfnung der Röhrenmündung mit dem Ausfluß des Wassers für eine Bewandniß haben werde, wenn auf der Oberfläche des Wassers im Gefäß eine Kraft K, gegen die Mündung der Röhre aber eine Kraft k druckt?

Auflös. 1) Wenn die Buchstaben die bisherige Bedeutung behalten, nämlich:

W einen Querschnitt des Gefäßes,
w die Weite der Röhre,
l die vertikale Tiefe der Röhrenmündung unter der Oefnung des Gefäßes,
v die anfängliche Wassertiefe im Gefäß,

und wenn v als unveränderlich angenommen wird, so kann ich die gesammte Kraft, welche druckt, $= K$

und

und die gesammte Last, welche fortgedruckt werden soll $= K - (1 + \alpha v) . w$ *)

setzen.

2) Nun kann ich ferner die Sache so betrachten, als ob die Last $K - (1 + \alpha v) . w$ in der Entfernung W, die Kraft K aber in der Entfernung w vom Bewegungspunkt angebracht wäre, weil, wenn die Kraft durch den Raum $w . \frac{s}{5}$ sinkt, die Last in eben der Zeit durch den Raum $W . \frac{s}{5}$ fortgehen muß. Nun besteht die Last aus dem Gegendruck K und der Wassermenge $(\lambda + \alpha v) . w$ die Kraft aber aus dem bloßen Druck K. Die wirklich vorhandene Masse der Last setze ich daher $= (\lambda + \alpha v) . w$ und die der Kraft sowohl als der Maschine $= o$

3) Wenn nämlich gleich ohne Masse keine Kraft erlangt werden kann, so kommt solche doch hier nicht in Betrachtung, indem ihr Einfluß auf die Bestimmung der Kraft erst bey der Maschine selbst, wodurch die Kraft bewirkt wird, in Rücksicht genommen wird; hier wird sie also nur als Wirkung einer Maschine betrachtet, und offenbar kann man die bloße Wirkung als was Inmaterielles betrachten, also ihre Masse $= o$ setzen. (s. §. 183.)

4) Wenn man nun nach der Theorie der Ueberwucht (Kästn. höh. Mech. S. 268.) die beschleunigende

*) Hierbey ist jedoch zu bemerken, daß dieser Ausdruck nur so lange gilt, als $K - (1 + \alpha v) w$ nicht verneint ist, weil die dadurch verneinte Last die Kraft ohnmöglich vermehren kann, welches doch alsdann aus der Rechnung folgen würde.

gende Kraft, welche das Wasser im Gefäß niedertreibt, berechnet, so findet man solche

$$= \left\{ \frac{w \cdot K - W \cdot (\kappa - (1 + \alpha v) w)}{W^2 \cdot (\lambda + \alpha v) \cdot w} \right\} \cdot w$$

$$= \frac{\frac{w}{W} \cdot K - \left(\kappa - (1 + \alpha v) w \right)}{W \cdot (\lambda + \alpha v)}$$

$$= \frac{\frac{K}{W} - \frac{\kappa}{w} + 1 + \alpha v}{\frac{W}{w} \cdot (\lambda + \alpha v)}$$

§. 107.

Das Wasser im Gefäß wird also von einer Schwere, die ich f nennen will,

$$\text{also von } f = \frac{\frac{K}{W} - \frac{\kappa}{w} + 1 + \alpha v}{\frac{W}{w} \cdot (\lambda + \alpha v)} \cdot g$$

niedergetrieben.

§. 108.

Wenn die Höhe der mit der Atmosphäre gleich stark druckenden Wassersäule für das Gefäß $= h$ für die Röhrenmündung $= H$ gesezt wird, und die Kraft ausser dem atmosphärischen Druck P, die Last ausser dem atmosphärischen Druck p heißt, so ist

$$\left(\frac{K}{W} = \frac{P}{W} + h;\ \frac{k}{w} = \frac{p}{w} + H\right.$$

Also

$$\frac{P}{W} + h - \frac{p}{w} - H + l + \alpha v$$

$$f = \frac{}{\frac{W}{w} \cdot (\lambda + \alpha v)} \cdot g(h$$

§. 109.

Die Höhe H – h läßt sich nach Hrn. H. Käst-ners Abhandl. vom Höhemessen durchs Barometer S. 237. No. 53. berechnen.

Wenn man aber wie dorten No. 58. rechnet, so findet man, daß das Queckſilber-Barometer auf eine Höhe von 768 Fußen gebracht erst um einen Zoll, also ein Wasser-Barometer etwa $13\frac{1}{2}$ Zoll fällt, also wenn auch $l = 700$ Fuß wäre, welches doch ein unerhörter Fall ist, alsdann doch H – h etwa nur 13 Zoll betragen würde. Und da dieser Werth den Werth von $\frac{P}{W}$ (§. 108.) nicht merklich abändern kann, so kann man ohne Irrthum die Formel (h §. 108.) so abkürzen

$$f = \frac{\frac{P}{W} + \alpha v - \frac{p}{w} + l}{\frac{W}{w} \cdot (\lambda + \alpha v)} \cdot g$$

Demnach ist für die Schwere, welche das Wasser längst der Röhre wirklich durchtreibt,

$$f =$$

$$f = \frac{\frac{W}{w} \cdot \left(\frac{P}{W} + \alpha v - \frac{p}{w} + l\right)}{\frac{W}{w} \cdot (\lambda + \alpha v)} \cdot g$$

oder

$$f = \frac{\left(\frac{P}{W} + \alpha v - \frac{p}{w} + l\right) \cdot g}{\alpha v + \lambda}$$

§. 110.

Befindet sich in einem Gefäß eine vertikale Röhre, so ist $\lambda = l$; krümmet sich diese Röhre unten wieder herum oberwärts in die Höhe, so kommt die Ausflußmündung der Röhre höher als zuvor zu liegen, es nimmt also der Werth von l ab, der von λ aber zu. Geht der wieder oberwärts gekrümmte Theil der Röhre so weit in die Höhe, daß die Mündung mit der Oefnung des Gefäßes in eine wagrechte Ebene zu liegen kommt, so wird $l = o$, und wenn man nun diesen Theil der Röhre noch höher fortgehen läßt, so wird der Werth von l verneint z. B. $= -10$ wenn die Röhrenmündung um 10 Fuß höher als die Oefnung des Gefäßes liegt. Die Tiefe der Röhrenmündung unter der Oefnung des Gefäßes ist nämlich alsdann verneint, folglich muß alsdann l einen verneinten Werth erhalten.

§. 111.

Aufg. Es sey bey einem gleichweiten mit einer wie man will gekrümmten Röhre versehenen Gefäß, wie bisher in Fußen

die Weite oder Querschnitt des Gefäßes = W
" " " der Röhre = w
die anfängliche Wasserhöhe im Gefäß über der Oefnung = v
die Länge der ganzen mit Wasser angefüllten Röhre = λ
die Tiefe der Röhrenmündung unter der Oefnung des Gefäßes = l
die Kraft, welche auf den Wasserspiegel im Gefäß, ohne den Druck der Atmosphäre wirkt = P
die Last, welche ausser dem Druck der Atmosphäre auf die Mündung der Röhre druckt = p
und g wie bekannt = 15,625 rhl. Fuß

Man sucht eine Gleichung zwischen diesen Größen und der Zeit, binnen welcher das Wasser in der Röhre durch den Raum $\lambda + \alpha v$ fortschießt, wenn die Ausflußmündung der Röhre eröfnet wird.

Auflös. Weil das Wasser durch den ganzen Raum, dessen Länge $\lambda + \alpha v$ ist, eben so getrieben wird, wie von einer Schwere, für welche der in 1 Sekunde durchloffene Raum $= f$, so ist, wenn die Zeit, binnen welcher nach dem ersten Anfang des Auslaufens die obersten Wassertheilchen im Gefäß durch die ganze Röhre durchkommen, oder den Raum $\lambda + \alpha v$ durchlaufen, τ heißt,

$$\lambda + \alpha v = \tau^2 . f$$

$$= \tau^2 \frac{\left(\frac{P}{W} - \frac{p}{w} + \alpha v + 1\right)}{\lambda + \alpha v} . g$$

Also

Also $(\lambda + \alpha v)^2 = \tau^2 . \left(\frac{P}{W} - \frac{P}{w} + \alpha v + 1\right) . g$

Und nun

$$\tau = \frac{\lambda + \alpha v}{\sqrt{g} . \left(\frac{P}{W} - \frac{P}{w} + \alpha v + 1\right)}$$

§. 112.

Am Ende dieser Zeit ist die Geschwindigkeit des auslaufenden Wassers bey der Mündung

$$= 2\sqrt{f} . (\lambda + \alpha v)$$

$$= 2\sqrt{\left[\frac{\frac{P}{W} + \alpha v - \frac{P}{w} + 1}{\alpha v + \lambda}\right]} . g . (\lambda + \alpha v)$$

$$= 2\sqrt{\left[\left(\frac{P}{W} - \frac{P}{w} + \alpha v + 1\right) . g\right]}$$

und bey der Voraussetzung, daß $\alpha v + 1$ während der Bewegung als unveränderlich angenommen werden könne, bleibt also, wenn $\frac{P}{W} = \frac{P}{w}$ ist, nach Verfluß der Zeit

$$\tau = \frac{\lambda + \alpha v}{\sqrt{g} . (1 + \alpha v)}$$

Die Geschwindigkeit des zur Mündung der Röhre auslaufenden Wassers beständig $= 2\sqrt{g} . (\alpha v + 1)$.

Ist aber $\frac{P}{w} < \frac{P}{W}$, so dauert die Beschleunigung immer fort.

§. 113.

Ich habe hier den bisher gebrauchten Koefficient α vor v beständig beybehalten; aber es erhellet schon aus dem vorigen Kapitel, daß während der ersten Zeit τ d. i. während der Zeit, da das Wasser noch mit beschleunigter Bewegung fortschießt, bey ungeändertem v, $\beta = 1$ bleibt, α aber den im vorigen Kapitel berechneten Werth $\frac{W^2}{W^2 - w^2}$ (§. 71.) hat.

Wenn hingegen das Gefäß keinen Zufluß hat, sondern der Spiegel beständig tiefer sinkt, so ist oben gewiesen worden, daß während dieser Zeit τ, sowohl α als $\beta = 1$ bleiben.

§. 114.

Bey Gefäßen ohne Zufluß ist also für $\frac{P}{W} = \frac{p}{w}$ die in der Beschleunigungszeit τ ausfliesende Wassermenge

$$= (\lambda + v) \cdot w$$

Während dem Abfliesen dieser Wassermenge muß die Oberfläche des Wassers im Gefäß um eine Tiefe b sinken, so daß

$$b \cdot W = (\lambda + v) \cdot w$$

seyn muß; dieß gibt also

$$b = (\lambda + v) \cdot \frac{w}{W}$$

So lang demnach die Tiefe, um welche der Wasserspiegel sinkt, noch nicht $> (\lambda + v) \cdot \frac{w}{W}$ ist, sinkt er im Gefäß allemal mit beschleunigter Bewegung, so daß unter dieser Voraussetzung nach §. 111. u. 113. allemal

$$\tau = \frac{\lambda + v}{\sqrt{g \cdot (1 + v)}}$$

§. 115.

Aufg. Es sey alles wie in §. 111. Nun soll das Wasser im Gefäß in der Zeit τ um die Tiefe b, also in der Röhre um die Länge $\frac{W}{w} \cdot b$ fortgedruckt werden; Man sucht die hierzu erfoderliche Kraft.

Auflös. Nach den allgemeinen mechanischen Lehren von der beschleunigenden Bewegung ist in diesem Fall

$$\tau = \sqrt{\left[\frac{\frac{W}{w} \cdot b}{f}\right]}$$

also, wenn man den Werth von f (§. 109.) substituirt,

$$\tau = \sqrt{\left[\frac{\frac{W}{w} \cdot b}{\left(\frac{P}{W} - \frac{P}{w} + v + 1\right) \cdot g}{\lambda + v}\right]}$$

$$= \sqrt{\left[\frac{(\lambda + v) \cdot \frac{W}{w} \cdot b}{\left(\frac{P}{W} - \frac{P}{w} + v + 1\right) : g}\right]}$$

Demnach

$$\tau^2 = \frac{\frac{2}{w} (\lambda + v) \cdot W \cdot b}{w \cdot g \cdot \left(\frac{P}{W} - \frac{P}{w} + v + 1\right)}$$

$= \tau$

und

und

$$\tau^2 . w . g . \frac{P}{W} + \tau^2 . w . g . \left(v + 1 - \frac{p}{w} \right)$$
$$= (\lambda + v) . W . b$$

Folglich

$$\frac{P}{W} = \frac{(\lambda + v) . W . b - \tau^2 . w . g . \left(v + 1 - \frac{p}{w} \right)}{\tau^2 w . g}$$

Oder

$$\frac{P}{W} = \frac{(\lambda + v) . W . b}{\tau^2 . w . g} - \left(v + 1 - \frac{p}{w} \right)$$

§. 116.

Wäre $p = o$ und v unbeträchtlich gegen λ, so wäre

$$\frac{P}{W} = \frac{\lambda . W . b}{\tau^2 . w . g} - 1$$

§. 117.

Wäre 1 verneint (§. 110.) so hätte man

$$\frac{P}{W} = \frac{\lambda . W . b}{\tau^2 . w . g} + 1$$

Der Ausdruck $\frac{P}{W}$ zeigt eine Kraft an, die so groß ist, als das Gewicht einer über dem Wasserspiegel im Gefäß stehenden Wassersäule, deren Höhe $= \frac{P}{W}$ wäre.

Viertes Kapitel.

Vom Ausfluß des Wassers durch lothrechte Oefnungen ohne und mit Röhren.

§. 118.

Wenn sich in der senkrechten Wand eines mit Wasser gefüllten Gefäßes eine Oefnung befindet, so verhält sich die Sache anders, als da sich die Oefnung im wagrechten Boden befand. Im leztern Fall ist nämlich der Wasserstand für jede Stelle der Oefnung gleich groß, im erstern aber ist für jede Stelle der Oefnung der Wasserstand desto tiefer, je näher die durch solche Stelle gehende Horizontallinie dem untersten Punkt der Oefnung liegt. Die Geschwindigkeit der durch die untere Stelle der Oefnung fliesenden Wassertheilchen gehört also einer grössern Höhe zu als die Geschwindigkeit der durch die obern Stellen der Oefnung fliesenden Theilchen. Wenn inzwischen der Mittelpunkt der Oefnung um die Tiefe h unter der obersten Stelle der Oefnung und um die Tiefe $h + v$ unter dem Wasserspiegel, so läßt sich in denen Fällen, da $\frac{h}{v}$ ein kleiner Bruch ist, diese Höhe $h + v$ als die mittlere Wasserhöhe annehmen, nämlich eben so, als ob jede Stelle der Oefnung in der Tiefe $h + v$ unter dem Wasserspiegel läge.

§. 119.

Auf die Wahrheit des Torricellischen Satzes vom Ausfluß des Wassers, hat es keinen Einfluß, ob das

das Wasser zur Boden- oder zur Seitenöfnung herausschießt, wenn nur die mittlere Wasserhöhe des herausschiesenden Strahls in beyden Fällen einerley ist. Es ist dieses auch daraus begreiflich, weil den Lehren der Hydrostatik gemäs jede Stelle der Wand von dem Wasser eben so gedruckt wird, wie eine gleichgroße Stelle des Bodens, wenn nur in beyden Fällen die mittlere Wasserhöhe einerley ist. Aehnliche Gedanken hierüber findet man in H. H. Kästners Hydrodyn. §. 491. Nur denke ich über das Sphäroid anders als H. H. Kästner über den Strudel. H. H. Kästner hält nämlich den Strudel nur für eine Erdichtung, die blos behülflich seyn soll, sich die Art der Bewegung sinnlich zu machen; bey mir ist das Sphäroid keine Erdichtung, sondern eine in den Gesetzen fallender Körper gegründete wirkliche Gestalt der in Bewegung gesetzten Wassermenge.

§. 120.

Bevor ich weiter von der durch Seitenöfnungen schiesenden Wassermenge rede, muß ich noch Etwas von der Gestalt des beyfliesenden Wassers erinnern. Wenn z. B. ABCD (Tab. III. Fig. 2.) ein beständig voll erhaltenes Gefäß mit einer Seitenöfnung von der Höhe ab ist, und Aaghκ D das Sphäroid, in welchem das Wasser nach der Oefnung ab kommt, so kann sich das beyfliesende Wasser nicht auf der ganzen Fläche AD gehörig ausbreiten, weil das beyschiesende Wasser sich nicht plötzlich über die ganze Oberfläche ausbreitet, sondern hierzu eine bestimmte Zeit braucht. Gleich anfangs beym Anfang des Auslaufens fällt die über ag stehende senkrechte Wassersäule wie ein schwerer Körper herab, die dadurch in diesem Raum agδA entstehende Lücke sollte

nun von dem umstehenden Wasser wieder ausgefüllt werden, weil aber solches, indem es sich dem unter Ad leer gewordenen Raum nähert, selbst mitsinken muß, so kann der Spiegel während dem Ausfluß nie die wagrechte Gestalt AD beybehalten, sondern muß eine krumme Oberfläche εdefD annehmen, so daß ε desto tiefer unter A fällt, je grösser ag oder ab ist. In diesem Querschnitt εμ hat inzwischen das Wasser eben die Geschwindigkeit durch seinen Fall erlangt, die es auch bey Unterhaltung der ordentlichen Oberfläche AD haben würde. Bey Bodenöfnungen verhält es sich eben so. Es muß über solchen gleichfalls allemal eine kleine Vertiefung entstehen, desto unmerklicher, je kleiner w ist. Daß aber dieser Umstand die bisherigen Formeln nicht abändert, erhellet daraus, weil der Querschnitt an der Stelle εμ, wo sich die Vertiefung endigt, noch die nämliche Geschwindigkeit haben muß, wie ohne Entstehung dieser Stelle. Nur dann, wenn dieser Querschnitt nicht mehr innerhalb des Gefäßes sondern unter die Ausflußöfnung fällt, können die bisherige Formeln nicht angewendet werden. Alsdann hat man nämlich einen sogenannten Wirbel, wo der durch die Oefnung schiesende Strahl hohl ist.

§. 121.

So wie die Gestalt, nach welcher die abfliesende Schichten der Oefnung zufliesen, sich ändert, so muß auch die Dicke des Strahls anders bestimmt werden. Wäre z. B. die Seitenöfnung ein lothrechtes Rektangel, wovon zwo Seiten wagrecht liegen, so geschieht der Zufluß der einzelen Schichten nach der Seitenöfnung hin desto mehr nach horizontaler Richtung, je näher der obere Rand dieser Oefnung dem Wasserspiegel liegt; liegt

er wirklich im Spiegel, so geschieht bey einem sehr klei-
nen Werth von $\frac{w}{W}$ der Zufluß nach der Oefnung in
horizontaler Richtung und die Zusammenziehung des
Strahls fällt dann ganz weg, oder es wird $\beta = 1$.
Weil nämlich in diesem Fall die über einander liegenden
Schichten in horizontaler Richtung nach der Oefnung
fortgehen, keine also unter der andern niederwärts sinkt,
wie bey horizontalen Oefnungen, also auch keine Lücke
von den tieferliegenden Schichten erzeugt wird, die nicht
nach den Gesetzen der Bewegung von denen langsamer
fliesenden obern Schichten bedeckt bliebe, so fällt der
Grund von Entstehung der Zusammenziehung des Strahls
weg. Er tritt aber desto mehr ein, je tiefer der obere
Rand der Oefnung unter dem Spiegel liegt. Diese
Tiefe des obern Rands der 4eckten Oefnung unter dem
Spiegel heisse a und die Höhe der Oefnung c, so setze ich
für dergleichen lothrechte Oefnungen

$$\beta \sqrt{\left(1 + \frac{c}{a+c}\right)} \text{ statt } \beta$$

und rechne nun übrigens nach den obigen allgemeinen
Lehren fort.

§. 122.

Wenn die Seitenöfnung ein lothrechtes Rektangel
ist, dessen Höhe $= c$ und Breite $= b$ ist, und dessen
oberer horizontalliegender Rand um die Tiefe a unter dem
Wasserspiegel *) liegt, so wird

*) Man muß aber den Wasserspiegel in solcher Entfer-
nung von der Oefnung nehmen, wo er keine merkliche
Neigung

die Menge des in 1 Sekunde ausfliesenden Wassers, die ich M nennen will

$$= \tfrac{2}{3} b \cdot \left((a+c)^{\frac{3}{2}} - a^{\frac{3}{2}} \right) \cdot 2 \sqrt{g}$$

in den Lehrbüchern der Hydrodynamik angegeben, welches ich hier ohne weitern Beweis annehme.

Setze ich aber den bisherigen Lehren gemäs

$$\frac{W^2 \cdot a}{W^2 - \beta^2 w^2} \text{ statt } a$$

und multiplicire übrigens den so herauskommenden Ausdruck mit β; so gibt sich die Wassermenge

$$M = \tfrac{4}{3} \cdot b \cdot \beta \left[\left(\frac{W^2 \cdot a}{W^2 - \left(1 + \frac{c}{a+c}\right) \cdot \beta^2 \cdot w^2} + c \right)^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{W^2 \cdot a}{W^2 - \left(1 + \frac{c}{a+c}\right) \cdot \beta^2 \cdot w^2} \right)^{\frac{3}{2}} \right] \times \sqrt{\left(1 + \frac{c}{c+a}\right) \cdot g(h}$$

§. 123.

Ist $\frac{w}{W}$ sehr klein, so gäbe sich

$$M = \tfrac{4}{3} \cdot b \cdot \beta \cdot \left((a+c)^{\frac{3}{2}} - a^{\frac{3}{2}} \right) \times \sqrt{\left(1 + \frac{c}{a+c}\right) \cdot g}$$

Für diesen Fall wäre aber

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

also

Neigung mehr gegen die Oefnung hat, sondern schon sehr asymptotisch mit dem Horizont hinstreicht.

also

$$M = \tfrac{4}{3} . b . \left((a+c)^{\frac{3}{2}} - a^{\frac{3}{2}} \right) \times \sqrt{\left(\left(r + \frac{c}{a+c} \right) . \tfrac{1}{2} g \right)}$$

§. 124.

Läge die Oefnung so tief unter dem Spiegel, daß c gegen a unbeträchtlich wäre, also $1 + \frac{c}{c+a} = 1$ gesezt werden könnte, so wäre

$$M = \tfrac{4}{3} . b \left((a+c)^{\frac{3}{2}} - a^{\frac{3}{2}} \right) . \sqrt{\tfrac{1}{2} g}$$

§. 125.

Reicht die Oefnung bis an den Spiegel, so daß $a = o$ wäre, so hätte man

$$M = \tfrac{4}{3} b . c^{\frac{3}{2}} . \sqrt{2} . \tfrac{1}{2} g = \tfrac{4}{3} . b . c^{\frac{3}{2}} . \sqrt{g}$$

Oder auch $= \tfrac{2}{3} . b c . 2 \sqrt{g c} = b c . 2 \sqrt{\tfrac{4}{9} c . g}$

also so groß als das Produkt aus dem Rektangel in die Geschwindigkeit, welche ein schwerer Körper durch den Fall von $\frac{4}{9} c$ erlangt. Aber über dem untern Rand der Oefnung steht das Wasser, weil es daselbst schon nach der Oefnung zu gesunken ist, allemal niedriger, als der Wasserspiegel in einiger Ferne davon; Daher in der Ausübung eigentlich niemalen $a = o$ wird, sondern die Erhöhung der Wasserfläche in gehöriger Ferne von der Oefnung über der Fläche des durch die Oefnung schiesenden Wassers $= a$ gesezt und sodann die Formel §. 123. gebraucht werden muß.

§. 126.

Eschinardo del impeto 1684. hat schon zwischen der Geschwindigkeit, womit Wasser aus einer bis

zum Wasserspiegel reichenden Oefnung fließt, und der Geschwindigkeit aus Oefnungen, die nicht bis zum Wasserspiegel reichen, einen Unterschied gemacht. Nur kann ich seiner Bestimmung dieses Unterschieds nicht beypflichten.

§. 127.

Wäre die vertikale Oefnung ein Kreis, so dürfte man nur in h (§. 122.) b = c = 2 r nämlich = dem Durchmesser setzen, und was so herauskommt, mit 0,785 multipliciren. (s. Langsdorfs mechan. und hydrodyn. Untersuch. S. 167.) Und so lassen sich die bisherigen Rechnungen auch auf andere Oefnungen leicht anwenden, wobey ich mich aber hier nicht länger aufhalte, weil die beyden betrachteten Fälle in der Ausübung fast allein vorkommen.

§. 128.

Wenn in die Seitenöfnung eine horizontale Röhre eingesteckt wird, so wird durch solche die Geschwindigkeit des aus der Oefnung des Gefäßes fliesenden Wassers nicht, wie durch die vertikale Röhren, vergrössert, weil die bey den vertikalen Röhren angeführte Ursache, bey den horizontalen nicht Statt findet. Ein ähnlicher Umstand tritt aber bey leztern gleichfalls ein, welcher macht, daß auch durch eine kurze horizontal eingesteckte Röhre mehr Wasser laufen muß, als durch die bloße Seitenöfnung ohne solche Röhre.

§. 129.

Der erwähnte Umstand, wodurch die ausfliesende Wassermenge vergrössert wird, ist aber von der Art, daß diese Vergrösserung ihre Grenze hat, die sehr bald erreicht

erreicht wird, wenn die Röhre nur eine geringe Länge hat, da dann von fernerer Verlängerung keine weitere Vergrösserung der ausfliesenden Wassermenge mehr abhängt, vielmehr eine Verminderung daraus entstehe, wie im folgenden Kapitel gezeigt werden wird.

Fünftes Kapitel.

Vom Lauf des Wassers in Kanälen und Röhren von beträchtlicher Länge.

§. 130.

Nirgends ist die Theorie der Hydrodynamik noch so unvollkommen, und nirgends die Abweichung theoretischer Berechnungen von dem wirklichen Erfolg so beträchtlich, als bey gegenwärtiger Untersuchung. Ich sage nicht zu viel, wenn ich behaupte, daß alles, was man davon in den bisherigen Lehrbüchern der Hydrodynamik gesagt findet, beynahe noch gar nichts für die Ausübung Brauchbares enthält, vielmehr noch wie ein Irrstern auf Abwege leitet.

§. 131.

Wenn Wasser aus einem Behälter durch eine 4eckte Oefnung frey herabstürzen kann, so daß die herabgeschossenen denen nachfolgenden nicht hinderlich sind, so läßt sich die in jeder Sekunde aus dem Behälter schiesende Wassermenge nach den Lehren des vorigen Kapitels unter ziemlicher Uebereinstimmung mit dem wirklichen Erfolg berechnen. Wenn aber das Wasser aus dem Behälter durch

durch die Oefnung in ein langes Gerinne oder parallelepipedischen Kanal gelassen und in solchem auf eine beträchtliche Strecke fortgeleitet wird, so verhält es sich mit dem Ausfluß ganz anders; Liegt der Boden horizontal, so würde die Geschwindigkeit des Wassers in jedem Querschnitt des Kanals, oder die durch jeden Querschnitt in 1 Sekunde fliesende Wassermenge die nämliche seyn, welche durch den ersten Querschnitt d. i. durch die Oefnung im Behälter frey herabschiesen würde, wenn wie im leztern Fall keine besondere Umstände einträten, die hierbey eine Aenderung machen. Wenn man sich einen mit einem Behälter zusammenhängenden Kanal mit Wasser angefüllt gedenkt, und lezterer nun plözlich am Ende eröfnet wird, daß das Wasser aus ihm und dem Behälter abfliesen kann, so muß, daferne die Bewegung ungehindert fortgehen soll, jedes Wassertheilchen dem angrenzenden seine ganze für sich im Freyen habende Geschwindigkeit mittheilen. Dabey kann man sich die Wassermasse im Kanal als blos träg gedenken, so daß die Mittheilung der Geschwindigkeit blos von dem aus dem Behälter beyschiesenden Wasser verursacht wird. Die Geschwindigkeit müßte also von dem ersten Querschnitt an von Schichte zu Schichte ohne allen Zeitverlust mitgetheilt werden. Wären die kleinsten Wassertheilchen vollkommen hart, so folgte daraus allerdings diese plözliche Mittheilung. Man hat aber in neuern Zeiten bemerkt, daß das Wasser wirklich eine wiewohl sehr geringe Elasticität hat, und diese Bemerkung ist schon hinreichend zu behaupten, daß bey einem mit Wasser angefüllten Kanal keine plözliche sondern nur eine allmälige Fortpflanzung der Geschwindigkeit Statt finde. Die Elasticität mag nun noch so gering seyn, so kann der mit

Fortpflanzung der Geschwindigkeit verbundene Zeitverlust auf eine Länge, in welcher viele Millionen Wasserkügelchen neben einander liegen, dennoch schon merklich werden.

§. 132.

Es ist eine allgemeine Erfahrung, daß durch einen horizontalen Kanal, der seinen Zufluß aus einem beständig gleich hoch mit Wasser angefüllten Behälter erhält, desto weniger Wasser in einerley Zeit durchfließt, je länger der Kanal ist. Diesen Erfolg von der Friktion des Wassers herzuleiten, ist mir noch niemalen eingefallen, da ich überhaupt die ganze Wasserfriktion, wie Hr. Silberschlag in seiner treflichen Hydrotechnik, für ein Unding halte. Hinlängliche Gründe dagegen findet man bey Hrn. Silberschlag a. a. O. und Langsd. mechan. und hydrodyn. Unters.

Offenbar müßte die Friktion, die ein Körper leidet, welcher in ruhig stehendem Wasser schwimmend fortgezogen wird, wenigstens eben so beträchtlich seyn. Gleichwohl würde sich jedem Lehrer der Hydrodynamik hierbey leicht durch hundert Versuche der gänzliche Mangel der Wasserfriktion überzeugend beweisen lassen. Ohne Zweifel muß also obige Erscheinung in einer ganz andern Ursache zu suchen seyn, die in der Natur des Wassers selbsten liegt, so daß die Verzögerung des Abflusses in einem Kanal auch bey vollkommen glatten Kanälen Statt finden müßte. Vielleicht ist die allmälige Fortpflanzung der Geschwindigkeit (§. 131.) die allgemeine Ursache dieser Erscheinung, vielleicht treten auch noch andere in der Natur des Wassers eben so allgemein gegründete Ursachen hinzu.

§. 133.

§. 133.

Inzwischen behält noch zur Zeit in dieser Untersuchung die Theorie eine große Lücke, die schwerlich bald ergänzt werden wird. Man muß daher so lange auf Versuche und Erfahrungen bauen, bis sich hinlängliche theoretische Gründe davon angeben lassen.

§. 134.

Wenn demnach das Wasser im Kanal durch jeden Querschnitt in eben der Menge durchschiesen soll, wie es durch die gleich große Oefnung aus dem Behälter herausschiesen würde, wenn es sich daselbst unterwärts ganz frey herabstürzen könnte, so muß der Kanal selbst eine geneigte Lage oder ein gehöriges Gefälle haben.

§. 135.

Ich habe selbsten Gelegenheit gehabt, große Gerinne von mehrern tausend Fußen in die Länge anzulegen, wobey ich verschiedenes Gefälle gegeben habe. Wenn nun meine Beobachtungen richtig sind, so schliesse ich, daß der Boden des Gerinnes der Absicht (§. 134.) gemäs auf eine Länge von 600 Fußen eine solche Neigung erhalten muß, daß er daselbst doppelt so tief unter dem Spiegel des Behälters liegen muß, als am Anfang.

Demnach müßte der Boden eines, am Anfang 2 Fuß tief unter dem Spiegel liegenden, Gerinnes oder Grabens auf eine Länge von 4800 Fuß schon $\frac{4800}{600} \cdot 2$ d. i. 16 Fuß tief unter dem Spiegel im Behälter liegen. Und gäbe man ihm nur z. B. 4 Fuß, so erhielte man nur $\sqrt{\frac{4}{16}}$ d. i. $\frac{1}{2}$ so viel Wasser durch das Gerinne, als man nach §. 134. theoretisch erwarten würde. Ließe

man

man das Gerinne horizontal fortgehen, also in der beständigen Tiefe von 2 Fußen, so dürfte man nur auf $\sqrt{\frac{2}{12}}$ d. i. auf etwa $\frac{1}{3}$ von der Wassermenge zählen, welche man sich nach §. 134. versprechen könnte.

§. 136.

Diese Bestimmung des Gefälles für Kanäle, worin das Wasser ohne Verminderung seiner Geschwindigkeit fortgehen soll, ist freylich von der gewöhnlichen, welche auf 600 Fuß nur 3 Zoll Gefälle verlangt, sehr verschieden. Inzwischen bin ich dabey eigenen Beobachtungen gefolgt, ohne auf Anderer Angeben Rücksicht zu nehmen, und ich versichere, daß man in der Ausübung dabey sehr sicher gehe.

§. 137.

Gleichwohl bleibt es bey wirklichen Anwendungen immer noch eine besondere Frage: Was für ein Gefälle man in einem vorkommenden Fall dem anzulegenden Gerinne am vortheilhaftesten zu geben habe?

§. 138.

Läge z. B. der Spiegel des Behälters, aus welchem das Gerinne abgeleitet werden soll, 26 Fuß, also des Gerinnes Boden 24 Fuß hoch über der Stelle, über der man ein Rad bauen will, und wäre das Gerinne 4800 Fuß weit bis zu diesem Rad zu führen, so behielte der Boden des Gerinnes bey seinem vollständigen Gefälle am Ende nur noch die $24 - 16 = 8$ Fuß über der Stelle, über welcher das Rad gebaut werden soll (§. 135.)

Bey horizontaler Leitung aber behielte er die ganze Höhe von 24 Fuß. In jenem Fall könnte man also

etwa

etwa ein 7 Fuß hohes, in diesem aber ein 23 Fuß hohes oberschlächtiges Rad anlegen, da dann von ersterm eigentlich nur etwa 5 Fuß, von lezterm aber 18 Fuß beym wirklichen Effekt voll in Anschlag kämen. Da man nun im erstern Fall nur 3mal so viel Wasser als im leztern erhält, (§. 135.) so bleibt die Wirkung des 23 Fuß hohen Rads dennoch größer als die des 7 Fuß hohen beym dreyfachen Aufschlag-Wasser; daher hier die horizontale noch vor der mit vollständigem Gefälle geführten Leitung den Vorzug verdient.

§. 139.

Weiß man also übrigens die Wirkung der durch Wasser zu betreibenden Maschine zu berechnen, so läßt sich auch auf die Art, wie in §. 138. allemal das vortheilhafteste Gefälle des Kanals leicht finden.

§. 140.

Bey dieser Bestimmung muß besonders auch darauf Rücksicht genommen werden, ob das Wasserbehältniß beständig Wasser genug habe, um so viel daraus abzuleiten, als bey dem vollständigen Gefälle möglich ist. Wäre z. B. in trocknen Sommerszeiten nur so viel Wasser darin zu erwarten, daß etwa nur die Hälfte der vollständigen Wassermenge in das Gerinne geleitet werden könnte, so wäre es offenbar nachtheilig, dem Kanal ein so starkes Gefälle zu geben, wenn solcher lang und daher der Verlust an der Höhe des darnach zu bauenden Rads beträchtlich wäre. In solchem Fall könnte man also dem Kanal nach §. 135. etwa den vierten Theil des vollständigen Gefälles geben. Und bey solchen Betrachtungen wird man daher sehr oft mit dem Gefälle,

welches

welches andere Schriftsteller angeben, §. 136., zufrieden seyn können.

§. 141.

Das Bisherige versteht sich eigentlich von gradaus gehenden Kanälen. Werden solche aber in ihrer Leitung aus einem Weg in den andern gebrochen, so hat man wieder besondere Regeln zu Verhütung der Wasserverminderung zu beobachten.

Die Hauptregel ist diese: man lasse bey solchem Bruch eine Oefnung im Boden und lasse das Wasser wie durch einen Trichter hinunterfallen, so daß es unten in das seitwärts gebrochene Gerinne fällt, dessen Boden von dem Boden des ersten Gerinnes um die Tiefe a (§. 121.) entfernt ist. Dieser Trichter muß selöst einen Boden in besagter Tiefe haben, und eine Seitenöfnung $= b \cdot c$ (§. 122.) durch welche das Wasser in das untere Gerinne schießt. Die in dem Boden des obern Gerinnes liegende Oefnung dieses Trichters muß so groß seyn, daß die für 1 Sekunde bestimmte Wassermenge durchfallen kann. Man berechnet zu dem Ende nach der obigen Lehre von horizontalen Oefnungen die Größe der Oefnung, durch welche bey der Wasserhöhe $= c$ die für 1 Sekunde bestimmte Wassermenge durchfliesen kann.

§. 142.

Alle bisherige Sätze gelten eben so von Röhrenleitungen, nur daß man bey solchen schon auf 200 Fuß das beobachten muß, was bey offenen Kanälen nach §. 135. erst auf 600 Fuß zu beobachten ist, wovon ich gleichfalls durch von mir selbst angelegte Röhrengänge von vielen tausend Fußen überzeugt worden bin. Besonders ist bey ihnen der Satz am Ende des vorigen

§. sehr wohl zu beobachten. Man leitet nämlich bey Stellen, wo die Leitung in eine andere Richtung gebrochen wird, die lezte Röhre in einen Trichter, der so weit ist, daß bey der Wasserhöhe, welche dem Durchmesser der Röhre gleich ist, so viel Wasser in 1 Sekunde hinabfliesen kann, als für 1 Sekunde bestimmt ist. Die erste Röhre des gebrochenen oder abgelenkten Röhrengangs muß in die Wand dieses Trichters so eingesteckt werden, daß ihr Mittel so tief unter dem obern Rand der leztern obern Röhre liegt, als beym Anfang der ganzen Röhrenleitung das Mittel der in das Wasserbehältniß greifenden ersten Röhre unter dem zu Bestimmung des Werths von a angenommenen Wasserspiegel liegt. Wenn man dieses bey jedem Bruch beobachtet, so kann man versichert seyn, daß man eben die Wassermenge am Ende der ganzen Röhrenfahrt erhält, welche man erhalten würde, wenn man das Wasser unmittelbar aus der Mündung der lezten am Ende der ersten gradausgehenden Strecke liegenden Röhre herauslaufen ließ.

§. 143.

Wenn man auf solche Art verfährt, so kann man am Ende einer Röhrenfahrt die ganze Wassermenge erhalten, welche man unmittelbar aus dem Behältniß erhalten würde, wenn das Wasser durch die bloße Oefnung ohne Röhre daselbst herauslief. Das hiernach angenommene Gefälle der Röhren beschleunigt also bey dieser Einrichtung das aus der freyen Oefnung ohne Röhre herauslaufende Wasser noch nicht, und die obige Theorie (§. 54. II. Kap.) leidet also hierdurch ihre Einschränkung.

§. 144.

Es erhellet aber auch hieraus, wie viel man sowohl bey offenen Kanälen als bey Röhrengängen an dem zulezt übrig bleibenden Gefälle durch diese zur Erhaltung der Wassermenge gemachte Anordnung verliehren kann. Man hat daher bey dergleichen Anlagen allemal solche vorläufige Ueberrechnungen anzustellen wie §. 138.

Sechstes Kapitel.

Von Springwerken.

§. 145.

Wenn aus einem mit Wasser angefüllten Behältniß eine Röhre abwärts geleitet, und solche unten wieder aufwärts gebogen wird, so muß das aus dem Behältniß abschiesende Wasser unten wieder aufwärts steigen. Nach den allgemeinen Lehren von der Bewegung schwerer Körper müßte nun die Höhe des aufwärts springenden Strahls der Höhe $\alpha v + l$ (die Bedeutungen dieser Buchstaben sind aus vorigen Kapiteln bekannt) gleich seyn. Wir wollen gleich untersuchen, ob sich dieses hier auch erwarten lasse.

§. 146.

I. Versuch. Man lege auf einer wagrechten Tafel mehrere Reihen Kügelchen an einander, so daß sie ein Rektangel auf der Tafel bedecken; Druckt man nun mit einem Stab an die eine Seite dieses Rektangels so an, daß alle Kügelchen zugleich forge-

hen, so werden die vorausgehenden immer weiter aus einander gedruckt werden, bis endlich die auf sie wirkende Kraft gar nicht mehr vorwärts sondern blos seitwärts auf sie wirkt, und ihre Bewegung daher selbst seitwärts geht.

II. Versuch. Man lade eine Büchse mit Schrot ganz dicht an einander gepreßt, und schieße solche nach einem Bogen Papier in ganz kurzer Entfernung los, so werden die so nahe beysammen gewesene Schrotkörner sich auf dem Bogen Papier schon auf eine ziemlich große Fläche ausbreiten.

§. 147.

Man kann nun hieraus auf die entstehende Erscheinung bey senkrecht aufwärts springendem Wasser leicht schliessen. Wenn der Wasserstrahl zu einiger Höhe aufgesprungen ist, so werden die an einander stossende Wasserkügelchen so in einander wirken, daß die vorangehenden allmälig anfangen von den nachfolgenden sich an sie pressenden aus einander gedruckt zu werden. Anfänglich werden die dadurch entstehenden sehr kleine Lücken von den beständig nachfolgenden Wassertheilchen noch ausgefüllt werden können, indem sich solche zwischen die separirten Theilchen hineindrängen. Bey fernerm Steigen des Strahls aber wird solcher allmälig immer weiter aus einander getrieben werden, so daß die dadurch entstehenden Lücken nicht mehr von den nachfolgenden Wassertheilchen ausgefüllt werden können, sondern von einander abgesondert sich seitwärts lenken und wie ein schiefgeworfener Körper sich parabolisch herum krümmen und wieder niederwärts fallen. Auf solche Art wird also ein Theil der aufwärts treibenden Kraft angewendet, die Kügelchen

chen seitwärts zu treiben, und es kann daher das Wasser die der ganzen bey der untern Mündung aufwärts gehenden Geschwindigkeit zugehörige Höhe $\alpha v + l$ nicht erreichen. Von der Stelle an, wo die Erweiterung des Strahls schon merklich wird, wird bey dieser Vorstellungsart die Auseinandertreibung desselben immer schneller, als der Höhe gemäs wäre, zunehmen, und daher bey einem sehr hochsteigenden Strahl ein sehr beträchtlicher Theil der ganzen Höhe $\alpha v + l$ verlohren werden, überhaupt aber ein desto beträchtlicherer Theil, je höher $\alpha v + l$ ist. Auch muß diese Auseinandertreibung des Strahls desto früher erfolgen, je mehrere Kügelchen an einander stoßen, d. i. je dicker der Strahl ist.

§. 148.

Alle diese Erscheinungen treffen bey aufsteigenden Strahlen wirklich ein. Sie werden anfänglich nach oben zu dicker, trennen sich dann wie eine Ruthe von einander, steigen endlich durch eine etwa paraboliſch gekrümmte Bahn völlig bis zu ihrer höchsten Stelle, und fallen von solcher in eben der fortgesezten Bahn krummlinicht wieder zu Boden. Auch erreicht der Strahl niemal die ganze Höhe $\alpha v + l$ sondern nur einen Theil davon, der mit $\alpha v + l$ in einer desto geringern Verhältniß steht, je größer $\alpha v + l$ ist.

§. 149.

Wenn der Strahl beym Aufsteigen seine ganze Höhe erreicht hat, so ist der Unterschied zwischen dem auf ihn und dem auf die Oberfläche des Behälters wirkenden atmospärischen Druck dem Druck einer so niedrigen Wassersäule gleich, daß er in gar keinen Betracht gezogen werden kann. Die Höhe des springenden Strahls wird also der Be-

trachtung §. 147. zufolge im luftleeren Raum eben so groß gefunden werden müssen, wie in der freyen Luft. Nur darin kann sich ein Unterschied zeigen, daß sich im leztern Fall die Luft zwischen denen sich trennenden Streifen des Strahls fängt, und daher der Strahl in freyer Luft noch an seinem Ende stärker zertheilt werden kann.

Von der nichtsbedeutenden Wasser-Friktion habe ich schon oben geredet. Wenn daher Frhr. v. Wolff in seiner Hydraulik ausdrücklich bemerkt, daß er bey einem angestellten Versuch im luftleeren Raum die Höhe des springenden Strahls eben so wie in freyer Luft nur oben in weniger Aesten und Kügelchen zertheilt befunden habe, so ist dieses denen hier vorgetragenen Gründen völlig gemäs.

§. 150.

Inzwischen läßt sich aus der hier vorangegangenen Betrachtung doch noch keine allgemeine Regel zu Bestimmung der Höhe des springenden Strahls herleiten, sondern man muß den Einfluß von der Auseinandertreibung des steigenden Strahls auf die Abkürzung seiner Höhe aus Versuchen kennen lernen.

§. 151.

Dergleichen Versuche hat Mariotte wirklich angestellt, und sich dadurch um den praktischen Theil der Hydrodynamik sehr verdient gemacht. Er hat bemerkt, daß, wenn die gesammte Höhe des Wasserfalls 61 Zoll beträgt, der Wasserstrahl alsdann 60 Zoll hoch steige, oder daß zu einem 5 Fuß hohen Wasserstrahl ein Wasserfall von 5 Fuß + 1 Zoll gehöre. Hierauf hat er noch mehrere Versuche angestellt, aus welchen sich

die

die allgemeine Regel herleiten läßt, daß zu einem steigenden Strahl, dessen Höhe n . 5 Fuß betragen soll, ein Wasserfall gehöre, dessen Höhe = n . 5 Fuß + n^2 Zolle ist.

Ex. Soll z. B. der Strahl 100 Fuß hoch springen, so hat man

$$100 = n \cdot 5$$

also $$n = 20$$

Es gehört also hierzu die Höhe des Wasserfalls

$$= 20 \cdot 5 \text{ Fuß} + 20^2 \text{ Zoll}$$

$$= 100 \text{ Fuß} + 400 \text{ Zoll}$$

d. i. $$= 133 \text{ Fuß } 4 \text{ Zoll.}$$

Hieraus erhellet, was ich schon im Vorhergehenden bemerkt habe, daß die Höhe des Wasserstrahls einen desto kleinern Theil von der Höhe des Wasserfalls betrage, je beträchtlicher die Höhe des Wasserfalls ist.

§. 152.

Mehreres von Springwerken vorzutragen, wäre meiner gegenwärtigen Absicht nicht gemäs.

Siebentes Kapitel.

Theorie der Druckwerke.

§. 153.

Hier ist es mir wohl verstattet, die Haupteinrichtung und Theile eines Druckwerks als bekannt anzunehmen.

§. 154.

Die ganze Länge der mit dem Stiefel verbundenen Steigröhre heisse λ, ihre senkrechte Höhe über der Seitenöfnung des Stiefels $= l$ die Tiefe vom höchsten Kolbenstand bis zu dieser Seitenöfnung $= v$, die Weite der Steigröhre $= w$, des Stiefels $= W$, die Höhe des Kolbenhubs $= b$, und b nicht $> (\lambda + v) \cdot \frac{w}{W}$ (§. 114.) so ist hier $\alpha = \beta = 1$ (§. 113.)

§. 155.

Die Zeit, worin der Kolben einmal niedergeht, heisse τ, so ist hier

$$\frac{P}{W} = \frac{\lambda \cdot W \cdot b}{\tau^2 \cdot w \cdot g} + 1 \text{ (§. 117.)}$$

wo $g = 15,625$ rhl. Fuß.

§. 156.

Bey einem sogenannten doppelten Druckwerk bleibt die Last beym Aufgang wie beym Niedergang; es bleibt also für solches $\frac{P}{W}$ gleich groß. Sezt man demnach die Zeit des Auf- und Niedergangs des Kolbens d. i. die Zeit eines ganzen Kolbenspiels $= t$, so ist $t = 2\tau$, oder $\tau = \frac{1}{2} t$ und $\tau^2 = \frac{1}{4} t^2$, also für ein doppeltes Druckwerk

$$\frac{P}{W} = \frac{\lambda \cdot W \cdot b}{\frac{1}{4} t^2 \cdot w \cdot 15,625} + 1$$

oder $\frac{P}{W} = 1 + \frac{0,265 \cdot b \cdot W \cdot \lambda}{w \cdot t^2}$ (h

Dieses

Dieses ist die nämliche Fundamentalformel, welche auch die Eulersche Theorie gibt.

Mir war es um so viel angenehmer auf eine so leichte Art zu dieser Fundamentalformel zu kommen, da Hrn. Eulers Methode seine Fundamentalformel auf eine ungemein mühsame und mit vielen verwickelten Rechnungen verknüpfte Weise finden lehrt. Man kommt auch, durch die bey Hrn. Eulers Methode zum Grund liegende Kunstgriffe der höhern Analysis, so auf diese Grundformel, daß man ihren Zusammenhang mit der Sache selbst oder mit dem Physischen dabey vergißt, welches nach Hrn. Prof. Klügels sehr richtigen Bemerkung (analyt. Trigon.) überhaupt der höhern Analysis keinen Vorzug gibt. Bey meinem Vortrag aber läßt sich der Zusammenhang des Resultats mit dem Physischen noch leicht übersehen, da die Formeln für t und τ aus den ganz bekannten Gesetzen der Schwere folgen, und aus beyden unmittelbar die Fundamentalformel fließt.

§. 166. *)

Hier steht auch die §. 143. erwähnte Einschränkung, welche die Theorie von Bewegung des Wassers in natürlichen Röhrenleitungen leidet, dem Gebrauch gedachter Formeln nicht im Weg. Wollte man nämlich beym Gebrauch dieser Formeln auf die Verzögerung, welche die Bewegung des Wassers in Röhren leidet, Rücksicht nehmen, so müßte man auf das Gefäll sehen, welches der Geschwindigkeit des durch die Steigröhre ge-

*) Die §§. 157 : 165. sind bey Revision des Mspts von mir durchstrichen und dafür unten ein besonderes Kapitel von den Dampfmaschinen angehängt worden.

henden Wassers zugehört. Wenn diese Geschwindigkeit c heißt, so ist nach den Lehren der Mechanik das zugehörige Gefäll $= \frac{c^2}{4g}$ welches gewiß in den allermeisten Fällen noch nicht 1 Fuß beträgt. Gesezt nun, daß es wirklich 1 Fuß betrage, so würde zu Verhütung der Verzögerung, welche das Wasser im Fortgehen durch die Steigröhre leidet, nach §. 142. nur erfodert, daß die ganze Steigröhre, deren Länge $= \lambda$ ist, bis an ihr Ende gerechnet, in der Tiefe $\frac{\lambda}{600}$. 1 Fuß niedriger gelegt würde. Wäre also z. B. $\lambda = 3000$ Fuß, so müßte man, um die Verzögerung des durch die Steigröhre steigenden Wassers zu verhüten, die senkrechte Höhe der Steigröhre um $\frac{3000}{600}$ d. i. 5 Fuß abkürzen, oder man müßte in diesem Fall in den angeführten Fundamentalformeln $l + 5$ Fuß statt l schreiben. Und so läßt sich in allen Fällen die statt l in den Formeln zu setzende Größe leicht berechnen. Der Werth von $\frac{P}{W}$ wird aber hierdurch so unmerklich abgeändert, daß man in allen Fällen der Ausübung mit hinlänglicher Sicherheit die obigen Formeln ungeändert beybehalten kann.

§. 167.

Die Bedeutung der Formel §. 156. h ist offenbar diese: Wenn bey einem doppelten Druckwerk in der Zeit t ein Kolbenspiel geschehen soll, so wird dazu eine Kraft P erfodert, die so groß ist, als eine auf den Kolben druckende Wassersäule von der Höhe $\frac{P}{W}$; Diese

Wasser-

Wassersäule darf nicht blos dem Druck des in der Steigröhre befindlichen Wassers das Gleichgewicht halten, sondern muß noch so viel Ueberwucht haben, daß sie dem in der Steigröhre befindlichen Wasser die bestimmte Geschwindigkeit mittheilen kann. Blos zur Erhaltung des Gleichgewichts hätte man nach den Lehren der Hydrostatik

$$\frac{P}{W} = 1$$

Es wird demnach der andere Theil

$$\frac{0{,}256 \cdot b \cdot W \cdot \lambda}{w \cdot t^2}$$

blos zur erwähnten Ueberwucht erfodert.

§. 168.

Diese Größe ist die vierte Proportionallinie zu

$$\frac{w}{W} \cdot t^2 \cdot g,\ b,\ \text{und}\ \lambda$$

Es ist ist aber 1) $\frac{w}{W} \cdot t^2 \cdot g$ die Tiefe, um welche die Oberfläche des Wassers in jedem Stiefel in der Zeit t bey einem freyen Ausfluß durch die Oefnung w sinken würde. 2) b die Höhe des Kolbenhubs, oder die Tiefe, um welche die Oberfläche des Wassers in jedem Stiefel in der Zeit t wirklich sinkt, und 3) λ die Länge der Steigröhre. Es ist also der zur Ueberwucht erfoderliche Theil die vierte Proportionallinie 1) zur Tiefe, um welche das Wasser in der Zeit t in jedem Stiefel bey freyem Ausfluß durch die Oefnung w sinken müßte; 2) der Tiefe, um welche das Wasser in jedem Stiefel

in

in der Zeit t wirklich sinkt, und 3) der Länge der Steigröhre.

§. 169.

Hiernach läßt sich die Formel §. 166. leicht geometrisch konstruiren. Man ziehe nämlich Tab.III.Fig.3. eine grade Linie BC; die Tiefe, um welche das Wasser im Stiefel beym freyen Ausfluß durch die Oefnung w in der Zeit t sinken würde, trage man aus B in c; In c trage man die Höhe des Kolbenhubs ce senkrecht, und ziehe die grade Linie BeE; In B ziehe man unterwärts senkrecht an BC die senkrechte Höhe der Steigröhre BA, und nun durch A die AD der BC gleichlaufend. Nun schneide man auf AD die Länge der Steigröhre Ad ab, und richte in d das Perpendikel dg auf, so ist dg der Werth von $\frac{P}{W}$

§. 170.

Wenn man alle Stücke ungeändert ließe und blos die Länge der Steigröhre abändern wollte, so würde diese Konstruktion die Abänderung von $\frac{P}{W}$ sinnlich darstellen. Nähme man z. B. die Länge der Steigröhre von A bis in δ, so gäbe das Perpendikel δε sogleich den abgeänderten Werth von $\frac{P}{W}$.

§. 171.

Die Einrichtung eines Druckwerks ist desto vortheilhafter, je kleiner die Kraft ist, welche man nöthig hat, um eine gegebene Wassermenge in bestimmter Zeit auf eine gegebene Höhe zu bringen. Die Wassermenge,

welche aufgefördert wird, verhält sich wie $\frac{b \cdot W}{t}$; Diese Größe will ich μ nennen, so wird also die Einrichtung eines Druckwerks desto vortheilhafter, je kleiner bey einerley Werth von μ die zur Aufförderung des Wassers erfoderliche Kraft ist. Sezt man μ statt $\frac{b \cdot W}{t}$ in der Formel §. 166, so ergibt sich

$$\frac{P}{W} = 1 + \frac{0{,}256 \cdot \mu \cdot \lambda}{w \cdot t}$$

Die Einrichtung eines Druckwerks ist also desto vollkommener, je kleiner bey einerley Werth von μ, der Werth von $\frac{P}{W}$ ausfällt; Da sich dieses für einerley Werth von 1 versteht, so folgt, daß man die willkührlichen Größen in dem zur Ueberwucht erfoderlichen Theil so einrichten müsse, daß dieser Theil dadurch einen kleinen Werth erhalte.

§. 172.

Man muß demnach den Werth von λ so klein als möglich nehmen, also die Steigröhre so grad und so steil als möglich bis zum verlangten Ausgußort hinführen. Gegentheils müssen die im Nenner enthaltenen Größen w, t, möglichst groß genommen, also die Steigröhre möglichst weit gemacht und die Zeit eines Kolbenspiels so groß als möglich genommen werden. Weil aber hierbey der Werth von μ ungeändert bleiben muß, und $\mu = \frac{b \cdot W}{t}$, so muß auch b desto größer genommen werden, je größer man t nimmt. Ohne diese Ueberlegung könnte man, wie Andern begegnet ist, aus dem bloßen Anse-

hen der Formel §. 166, leicht den falschen Schluß zie-
hen, daß die Kraft desto geringer zu seyn brauche, oder
das Druckwerk desto vollkommener sey, je kleiner b oder
der Kolbenhub genommen werde.

§. 173.

Wenn man also bey der Anlage eines Druckwerks den Werth von $\frac{b \cdot W}{t}$ gleich zum voraus festgesezt hat, so hat es nach der Theorie seine ausgemachte Richtigkeit, daß das Druckwerk eine desto vollkommenere Einrichtung erhalte, 1) je grader und steiler man die Steigröhre leitet; 2) je langsamer man die Kolben auf- und niederspielen läßt; 3) je weiter man die Steigröhre macht.

Auch muß in der Ausübung auf den ersten Punkt ohne alle Einschränkung sorgfältigst Bedacht genommen werden. In Ansehung der beyden andern Punkte aber, nämlich die Bestimmung der Werthe von t, w, kann man in der Ausübung den gegebenen theoretischen Regeln nicht so schlechterdings folgen. Nimmt man nämlich t sehr groß, daß also die Kolben sehr langsam spielen, so zeigt sich in der Ausübung folgender sehr wichtiger Nachtheil. Es ist äusserst schwer, Stiefel und Kolben so einzurichten, daß bey einem sehr beträchtlichen Druck gegen die Kolben, von dem in der Steigröhre fortzudruckenden Wasser sich gar nichts zwischen der Stiefelwand und dem Umfang des Kolbens durchdrängen und oben hervor kommen sollte. Ich will nun z. B. annehmen, sämmtliche zwischen dem Kolben und der Stiefelwand bleibende Zwischenräumchen sollen alle zusammen $\frac{1}{50}$ Quadr. Zoll also $\frac{1}{7200}$ Quadr. Fuß betragen,

und

und die Höhe der gegen des Kolbens Grundfläche drucken-den Wassersäule etwa 260 Fuß seyn, so kann man die Geschwindigkeit, womit sich das Wasser zwischen der Stiefelwand und dem Kolben in 1 Sekunde durchzu-dringen sucht, auf etwa 128 Fuß setzen; Es wird sich also in jeder Sekunde eine Wassermenge $= \frac{128}{7200}$ $= 0,018$ Kub. Fuß durchdrängen. Hätte man nun $t = 60$ Sekunden, also die Zeit eines Kolbenschubs $= 30$ Sekunden, so würde sich während einem Kol-benschub $30 . 0,018$ d. i. $0,54$ also mehr als $\frac{1}{2}$ Kub. Fuß über den Kolben drängen; Betrüge nun der ganze Kolbenschub 1 Kub. Fuß, so würde auf solche Art über die Hälfte verlohren gehen. Wenn hingegen nur $t =$ 10 Sekunden wäre, so würde nach eben solcher Berech-nung nur $\frac{1}{6}$tel so viel, also nur $0,09$ Kub. Fuß, demnach nur etwa $\frac{1}{11}$ vom ganzen Schub verlohren gehen. We-gen dieses für die Ausübung ausserordentlich wichtigen Umstandes kann man also bey Bestimmung des Werths von t der Theorie nicht so gradhin folgen, sondern thut um des erwähnten weit größern Vortheils willen sehr wohl, wenn man die Einrichtung so macht, daß in Fußen und Sekunden $\frac{b}{t}$ wenigstens $= \frac{1}{6}$ wird.

§. 174.

Bey Bestimmung des Werths von w würde man gleichfalls in der Ausübung sehr oft unweislich handeln, wenn man $w = W$ oder gar noch $> W$ machen und da-durch die Anlage ohne Noth äusserst kostbar machen woll-te. In der Formel §. 166. wird $0,256 . b$ selten viel größer seyn als 1; Wenn nun t nur etwas beträchtlich

z. B. nur = 16 ist, so ist t^2 schon = 256, und wenn nun λ nicht über 300 Fuß beträgt, so ist $\frac{0,256 . b . \lambda}{t^2} . \frac{W}{w}$ noch nicht viel von $\frac{W}{w}$ verschieden, daher in solchem Fall das ganze Glied $\frac{0,256 . b . \lambda . W}{w . t^2}$ wenig in Betracht kommt, wenn auch $W = 10 . w$ wäre, zumal, wenn l wenigstens ein Viertheil von λ beträgt. Wenn man nun in einem solchen Fall dennoch $w = W$ machen wollte, statt $w = \frac{1}{10} . W$, so würde man ohne merklichen Gewinn in der Kraft gleichwohl zu jedem Stück der Steigröhre eine Wand nöthig haben, deren Umfang $\sqrt{}$ 10mal so groß und $\sqrt{}$ 10mal so dick wäre, also 10mal so viel Masse erfoderte, mithin auch 10mal so kostbar wäre. Wenn $\frac{0,256 . b . W . \lambda}{w . t^2}$ nur $\frac{1}{20}$ l beträgt, so kann man hinlänglich zufrieden seyn, und es würde in der That eine sehr überflüssige Kostenvermehrung seyn, wenn man durch Vergrößerung des Werths von w den Werth von erwähntem Bruch noch unter $\frac{1}{20}$ l bringen wollte, da hierdurch nichts merkliches mehr an der Kraft gewonnen würde. Setze ich nun

$$\frac{0,256 . b . W . \lambda}{w . t^2} = \frac{1}{20} l$$

so ergibt sich

$$\frac{W}{w} = \frac{l . t^2}{5,12 . b . \lambda}$$

oder

$$w = \frac{5,12 . b . \lambda . W}{l . t^2}$$

Es

Es wäre also in allen Fällen eine höchst überflüssige Kostenverschwendung, wenn man die Weite der Steigröhre größer als

$$\frac{5,12 \cdot b \cdot \lambda}{l \cdot t^2} \cdot W$$

machen wollte. Sehr oft aber muß sie enger genommen werden (§. 193.)

Ex. Es sey $b = 3$, $\lambda = 800$, $l = 200$, $t = 15$, so ist

$$\frac{5,12 \cdot b \cdot \lambda}{l \cdot t^2} = \frac{5,12 \cdot 3 \cdot 800}{200 \cdot 225}$$

$$= \frac{61,44}{225} = 0,272$$

Es wäre also in diesem Fall unnütz, w größer als $0,272 \cdot W$ nehmen zu wollen, und wenn man hier $w = W$ machen wollte, so würde man ohne Noth den Kostenaufwand für die Steigröhre fast 4mal so groß machen, als er nöthig wäre.

§. 175.

Die Formel $w = \frac{5,12 \cdot b \cdot \lambda}{l \cdot t^2} \cdot W$ ist also für die Ausübung von äußerster Wichtigkeit, und verdient um so viel mehr bemerkt zu werden, als neuere Mathematikverständige, wie die Hrn. Euler, Kästner, Karsten, Eberhard, welche den Vortheil weiter Steigröhren aus der Theorie erkannt haben, deren möglichste Erweiterung gradhin ohne einige Einschränkung empfehlen.

§. 176.

Noch ist in Rücksicht auf die wirkliche Bewegung der Kolben eine besondere Erläuterung der Formel §.

166. übrig. Aus dem bisherigen Vortrag erhellet, daß die Bedeutung gedachter Formel diese ist:

Um den Kolben des Druckwerks so zu betreiben, daß jeder mit beschleunigter Bewegung in der Zeit $\frac{1}{2}$ t (denn t ist die Zeit eines ganzen Kolbenspiels) den Weg b durchlauft, ist eine Kraft P nöthig, die $= \left(1 + \frac{0{,}256 \cdot b \cdot W \cdot \lambda}{w \cdot t^2}\right) \cdot W$.

Wenn nun aber die Kolben mittelst eines Wasserrads betrieben werden, so daß solches in der Zeit $\frac{1}{2}$ t einen halben Umgang macht, oder daß es mit einer unveränderlichen Wasserlast dergestalt beschwert ist, daß es in der Zeit $\frac{1}{2}$ t mit beschleunigter Bewegung einen halben Umgang macht, so muß es die erfoderliche Kraft $P = \left(1 + \frac{0{,}256 \cdot b \cdot W \cdot \lambda}{w \cdot t^2}\right) \cdot W$ haben.

Wenn aber das Rad binnen der ersten Zeit $\frac{1}{2}$ t einen halben Umgang gemacht, also einen Kolben ganz niedergetrieben hat, und nun bey fernerm Fortgang den andern Kolben gleichfalls niedertreibt, so fällt schon die Voraussetzung, daß dieser andere Kolben nun eben so wie der erste mit einer von o anfangenden beschleunigten Bewegung niedergetrieben werde, wie doch die Formel §. 166. erfodert, weg, weil die Bewegung des Rads nicht wieder von o anfängt, sondern schon die zur größten Geschwindigkeit des ersten Kolbens gehörige Bewegung erhalten hat.

Eben so wenig kann aber auch die Bewegung des Rads durch seine Kraft bey dieser fernern Umdrehung noch fortbeschleunigt werden; die Geschwindigkeit wird nämlich bey Niedertreibung des 2ten Kolbens, welcher

erst

erst aus der Ruhe in Bewegung gesezt werden muß, durch den Widerstand bis zu jeder Tiefe des Kolbens um eben so viel verzögert, als die Kraft sie bis zu dieser Tiefe zu beschleunigen sucht; daher das Rad diesen andern Kolben mit der während der ersten Zeit $\frac{1}{2}$ t erlangten Geschwindigkeit unverändert und gleichförmig niedertreibt. Und so muß nun beym fernern Umgang des Rads der erste Kolben gleichfalls wieder mit dieser gleichförmigen Geschwindigkeit niedertreiben, so daß ausser dem ersten Kolben-Niedergang überhaupt alle folgende mit gleichförmiger Geschwindigkeit geschehen (insoweit die Einrichtung mit der Kurbel solches verstattet, da solche das Moment der Last während der Bewegung abändert).

Mit der gleichförmigen am Ende der Zeit $\frac{1}{2}$ t erlangten Geschwindigkeit aber wird ein Kolben den mechanischen Lehren zufolge in der Zeit $\frac{1}{4}$ t durch die Tiefe b getrieben, und die Zeit eines Kolbenspiels, welche in der Formel $=$ t gesezt ist, bleibt also nur $= \frac{1}{2}$ t.

§. 177.

Wenn also die Kraft P ihren Werth unverändert behält, so bewirkt solche im Beharrungsstand der Maschine in der Zeit t nicht eins sondern zwey Kolbenspiele.

Gleichwohl wird die Wirkung der Kraft dadurch ganz und gar nicht abgeändert, sondern bleibt völlig so, wie beym ersten beschleunigten Gang des Rads.

Wenn nämlich zur Erhaltung der Kraft P in jede Schauffel des Rads die Wassermenge A erfodert wird, und P immer einerley bleiben soll, so muß auch beym nachherigen gleichförmigen Gang des Rads in jede Schauf-

fel die Wassermenge A gehören. Nun geht aber das Rad beym gleichförmigen Gang, wenn es von eben der Kraft P getrieben wird, doppelt so geschwind als bey der beschleunigten Bewegung herum; es müssen also in eben der Zeit doppelt so viel Schaufeln jede mit der Wassermenge A angefüllt werden; und es erhellet also, daß zu der beym gleichförmigen Gang entstehenden doppelten Anzahl Kolbenspiele auch doppelt so viel Aufschlagwasser auf das Rad erfodert wird, als bey der beschleunigten Bewegung, und daß demnach bey der gleichförmigen Bewegung von gegebener Menge Aufschlagwasser grade so viel Kolbenspiele bewirkt werden, als bey der anfänglich beschleunigten. Eben hieraus folgt auch, daß selbst der durch die Kurbel und die damit verbundene Veränderlichkeit des Moments der Last verursachte ungleichförmige Gang des Rads dem Gebrauch unserer Formel nicht einmal merklich schadet.

§. 178.

Hieraus erhellet also, daß sich die Formel

$$P = \left(1 + \frac{0{,}256 \cdot b \cdot W \cdot \lambda}{w \cdot t^2}\right) \cdot W$$

auch so verstehen lasse:

Um ein Druckwerk durch ein Wasserrad (oder auch durch eine andere dergleichen Maschine z. B. Göpel ꝛc.) so zu betreiben, daß es im Beharrungsstand in der Zeit t ein Kolbenspiel bewirke, hat das Rad eine Kraft nöthig, die $= \left(1 + \frac{0{,}256 \cdot b \cdot W \cdot \lambda}{w \cdot t^2}\right) \cdot W$.

wo dann $\left(\frac{0{,}256 \cdot b \cdot W \cdot \lambda}{w \cdot t^2}\right) \cdot W$ den zur Ueberwucht erfoderlichen Theil ausmacht.

§. 179.

§. 179.

Wäre also die Kraft einer Wassersäule von der Dicke W und der Höhe h gleich, so hätte man

$$h \cdot W = \left(1 + \frac{0{,}256 \cdot b \cdot W \cdot \lambda}{w \cdot t^2}\right) \cdot W$$

$$h = 1 + \frac{0{,}256 \cdot b \cdot W \cdot \lambda}{w \cdot t^2}$$

Man kann also sagen:

es wird eine Kraft erfodert, die vermögend ist, mit einer auf der Grundfläche W stehenden senkrechten Wassersäule von der Höhe $1 + \frac{0{,}256 \cdot b \cdot W \cdot \lambda}{w \cdot t^2}$ das Gleichgewicht zu halten.

Und nur in diesem Sinn kann man sagen:

es drucke gegen eines jeden Kolbens Grundfläche eine Wassersäule von der senkrechten Höhe

$$1 + \frac{0{,}256 \cdot b \cdot W \cdot \lambda}{w \cdot t^2}$$

Die Kraft muß nämlich so berechnet werden, als ob sie mit einer solchen Last das Gleichgewicht halten sollte, damit sie gegen die wirklich vorhandene geringere Last die nöthige Uebermucht zur verlangten Geschwindigkeit erhalte.

§. 180.

Wäre die Kraft in der Entfernung E, die Kolben aber in der Entfernung e vom Bewegungspunkt angebracht, so ist in diesem Sinn die Last nur

$$= \frac{e}{E} \cdot \left(1 + \frac{0{,}256 \cdot b \cdot W \cdot \lambda}{w \cdot t^2}\right) \cdot W.$$

§. 181.

Wenn die in 1 Sekunde auf ein oberschlächtiges Rad schiesende Wassermenge = A ist, so ist die in der Entfernung des Halbmessers vom Mittelpunkt druckende Wassermenge $= \frac{t \cdot A}{3,14}$, und E = dem Halbmesser des Rads r, und e = dem halben Kolbenhub $= \frac{1}{2} b$, also

$$\text{die Last} = \frac{b}{2r} \cdot W \cdot \left(1 + \frac{0,256 \cdot b \cdot W \cdot \lambda}{w \cdot t^2}\right)$$

$$\text{Und die Kraft} = \frac{t \cdot A}{3,14}$$

Also weil beyde im Gleichgewicht seyn müssen, §. 179,

$$\frac{t \cdot A}{3,14} = \frac{b \cdot W}{2r} \cdot \left(1 + \frac{0,256 \cdot b \cdot W \cdot \lambda}{w \cdot t^2}\right)$$

Ohne Rücksicht auf die Friktion. So verhielte sich es nämlich, wenn sich das Wasser auf dem halben Umfang des Rads von oben bis unten durchaus gleichförmig vertheilte; weil aber oben allemal ein Theil der Höhe des Rads, den ich u nennen will, leer bleibt, und die Schauffeln auch nur bis zu einer gewissen Höhe über der untersten Stelle des Rads, die ich γ nennen will, als gehörig mit ihrem Wasser versehen angenommen werden können, so darf man statt A nur $\frac{2r - (u + \gamma)}{2r} \cdot A$ oder $\left(1 - \frac{u + \gamma}{2r}\right) \cdot A$ in Rechnung bringen.

Wenn nun hiervon ein gewisser Theil, den ich $= \delta \cdot A$ setzen will, zum Gleichgewicht mit der gesammten Friktion erfodert wird, so ergibt sich endlich

t.

$$\frac{t.\left(\frac{2r-(u+\gamma)}{2r}\right).(1-\delta).A}{3,14}$$

$$= \frac{b.W.\left(1+\frac{0,256.b.W.\lambda}{w.t^2}\right)}{2r}$$

Oder

$$\left(2r-(u+\gamma)\right).t.(1-\delta).A$$

$$= 3,14.b.W.\left(1+\frac{0,256.b.W.\lambda}{w.t^2}\right)$$

welches also die allgemeine zur Berechnung eines mit einem oberschlächtigen Rad verbundenen doppelten Druckwerks gehörige Formel ist.

§. 182.

Hieraus folgt

$$A = \frac{3,14.b.W.\left(1+\frac{0,256.b.W.\lambda}{w.t^2}\right)}{(1-\delta).t.\left(2r-(u+\gamma)\right)}$$

§. 183.

Hiergegen könnte aber ein Zweifel erregt werden. Es ist nämlich bey Bestimmung des zur Ueberwucht gehörigen Theils der Kraft (§. 178.) nicht auf die Masse der Kraft und das Moment der Trägheit derer gleichfalls in Bewegung gesezten Theile der Maschine gesehen worden (§. 106. No. 2.). Bey obiger Dampfmaschine konnte zwar beydes ganz eigentlich $= 0$, gesezt werden.

Bey dem Wasserrad aber geht solches freylich nicht an, da bey solchem die Masse der Kraft und vorzüglich das Moment der Trägheit sehr beträchtlich ist. Bey einem gut gebauten 50schuhigen oberschlächtigen Rad kann sich lezteres schon auf 50000 belaufen, wenn in der Formel alles in Fußen ausgedruckt wird. Soll das Rad als ein Hebel ohne Schwere betrachtet werden können, so muß man sich auf jeder Seite desselben das Gewicht der ganzen Hälfte in einem Punkt beysammen gedenken, da dann solches auf der einen Seite der Last, auf der andern der Kraft zuwächst. Last und Kraft werden daher beyde durch die Theile der Maschine wirklich gleichviel vergrößert, und eben darum die Verhältniß der berechneten Ueberwucht zur angenommenen Kraft durch die Theile der Maschine selbsten wieder vermindert. Man müßte daher die Ueberwucht, um die verlangte Beschleunigung zu erhalten, mit Rücksicht auf das Moment der Trägheit des Rads berechnen. Und da solche in obiger Berechnung des Werths von P nicht mit in Betrachtung gezogen worden ist, so folgt, daß die Kolben durch die Kraft P langsamer beschleunigt werden müssen, wenn solche mittelst eines schweren Rads als ohne solches z. B. durch die Dämpfe angewendet wird. Inzwischen schadet dieses der Richtigkeit unserer Formeln nicht. Da nämlich das Rad auch bey einer geringern Ueberwucht dennoch beschleunigt wird, so daß seine Geschwindigkeit mit der Zeit seiner Bewegung beständig wächst und bey einerley P *) unendlich fort über alle Grenzen wachsen könnte, so muß während seinem Gang seine also auch der

*) Soll aber beym Rad P immer gleich groß bleiben, also bey dem immer schnellern Lauf des Rads dennoch das Rad

der Kolben Geschwindigkeit derjenigen immer näher kommen, für welche die Ueberwucht berechnet ist, nämlich der $\frac{2b}{t}$. Ist diese Geschwindigkeit erreicht, so kann die Bewegung nur unter der Bedingung ferner beschleunigt werden, daß die zufliesende Wassermenge eben so vergrößert wird, wie die Geschwindigkeit; Sezt man also voraus, daß nur eine gewisse Wassermenge hinzufliesen soll, so kann die Beschleunigung nicht weiter gehen, als der bey dieser Wassermenge größtmöglichen Geschwindigkeit d. i. nicht weiter, als derjenigen Geschwindigkeit gemäß ist, welche die Kolben erreichen würden, dafern die Masse der Kraft und der Maschine gar nicht in Betrachtung käme. Die Folge hiervon ist diese, daß bey der hier nicht Statt findenden Vorausseßung: „daß die Masse der Kraft und der Maschine = o seyen„ Rad und Kolben von der berechneten Kraft zwar etwas später in den angenommenen Beharrungsstand gebracht werden, übrigens aber für den Beharrungsstand selbst, für welchen eigentlich hier die Formeln gesucht werden, unsere Formeln ihre völlige Richtigkeit behalten.

§. 184.

Bey der Anlage eines Druckwerks hat man vorerst zu untersuchen, wie groß die Menge Aufschlagwasser sey, auf die man mit Sicherheit zählen können, daher der Werth von A als eine aus Messungen bekannte Größe gewöhnlich vorausgesezt wird.

Rad immer mit gleichviel Wasser beschwert bleiben, so muß während seinem Lauf auch die zufliesende Menge Aufschlagwasser immer größer werden.

Der Werth von t ist zwar nach der Theorie desto vortheilhafter, je kleiner man ihn nimmt; in der Ausübung aber darf man ihn, denen Erinnerungen §. 173. zufolge, doch nicht sehr groß nehmen; der Werth von b wird gleichfalls willkührlich bestimmt.

Man erhält eine für die Ausübung taugliche Einrichtung, wenn man die Schauffeln mit einer Geschwindigkeit von 8 bis 9 Fuß in 1 Sekunde fortgehen läßt, und nun aus der Größe des Rads die Umlaufszeit t bestimmt, alsdenn aber b so groß nimmt, daß $\frac{b}{t}$ wenigstens $= \frac{1}{6}$ werde (§. 173.). Den Werth von $\frac{W}{w}$ nimmt man der Formel §. 174. gemäs, und nun bestimmt man W aus der Formel §. 182. Es ergibt sich nämlich

$$= A.(1-\delta).t.\left(2r-(u+\gamma)\right)$$

$$= 3,14.b.W.\left(1+\frac{0,256.b.W.\lambda}{w.t^2}\right)$$

Nun sey $\frac{W}{w} = n$, so ist

$$W = \frac{A.(1-\delta).t.\left(2r-(u+\gamma)\right)}{3,14.b\left(1+\frac{0,256.b.n.\lambda}{t^2}\right)}$$

Oder

$$W = \frac{A.(1-\delta).t^3.\left(2r-(u+\gamma)\right)}{(1.t^2+0,256.b.n.\lambda).3,14.b}$$

§. 185.

§. 185.

Es wird nicht unnütz seyn, von dieser höchstwichtigen Formel noch eine besondere Anwendung zu machen. Da ich mich vor einiger Zeit selbsten mit der Anlage eines Druckwerks beschäftigen mußte, so will ich alle Abmessungen, so wie sie mir dabey wirklich vorgekommen sind, hier beybehalten. Bey dieser nunmehr vollendeten Anlage ist $r = 25$ Fuß, $l = 240$ Fuß, $\lambda = 480$ Fuß, $n = 2$, der Umfang des Rads, welches 50 Schuh im Durchmesser hat, $= 157$ Fuß. Damit nun die Schaufeln mit einer Geschwindigkeit von etwa 9 Fuß in einer Sekunde herumgehen, so setze ich $t = 18$ Sekunden; Nimmt man $\frac{b}{t} = \frac{1}{6}$ (§. 173.), so wird $b = 3$ Fuß. Ueber den Werth von δ werde ich mich in der Folge noch besonders erklären; Hier setze ich vorläufig $\delta = \frac{1}{3}$. Bey der Einrichtung, die das Rad hat, kann ich $u + \gamma = 7$ Fuß setzen. Die Menge des in 1 Sekunde beyfliesenden Auffschlagwassers, d. i. A, kann ich bey diesem Rad zu 3 Kubik-Fuß anschlagen. Wenn man nun alle diese Werthe in der Formel für W substituirt, so erhält man

$$W = \frac{3 \cdot (1 - \frac{1}{3}) \cdot 5832 \cdot (50 - 7)}{(240 \cdot 324 + 0{,}256 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 480) \cdot 9{,}42}$$

$$= \frac{501552}{739444} = 0{,}678 \text{ Quadrat-Fuß.}$$

Hieraus findet sich der Durchmesser von jedem Stiefel des doppelten Druckwerks

$= 0{,}93$ Fuß;

$= 11{,}16$ Zoll.

Nun

Nun ist $\frac{W}{w} = 2$, also $w = 0,339$ Quadrat-Fuß

woraus sich der Durchmesser der Steigröhre

$= 0,657$ Fuß,

$= 7,884$ Zoll

ergibt.

Die Wassermenge, welche dieses Druckwerk heben muß, beträgt bey jedem Umgang des Rads $2\,b\,.\,W$, also $6\,.\,0,678$. d. i.

4,068 Kubik-Fuß;

Also in 1 Min. $\frac{60}{18}\,.\,4,068 = 13,56$ Kub. Fuß.

§. 186.

Man sieht aus diesen Formeln, daß der Effekt des Druckwerks desto kleiner ausfallen müsse, je größer u ist, d. i. je tiefer das Aufschlagwasser fallen muß, bevor es den Boden der Einschußschauffel erreicht. Wenn das Aufschlagwasser ganz oberschlächtig auf das Rad geleitet wird, so mag das Rad so geschwind als man will sich herumdrehen, es wird dennoch das Wasser allemal in einer der obersten Schauffeln sogleich den Boden erreichen, weil die Geschwindigkeit, womit die obersten Schauffeln vertikal sinken, bey der größten Umdrehungs-Geschwindigkeit des Rads dennoch sehr gering und gegen der vertikalen Geschwindigkeit des auf das Rad stürzenden Aufschlagwassers unbeträchtlich ist. Man kann daher bey einem ganz oberschlächtigen Rad das Wasser allemal so leiten, daß der Werth von u nicht leicht über 2 Fuß beträgt.

§. 187.

Bey mittelschlächtigen Rädern aber kommt die vertikale Geschwindigkeit der Einschußschauffel der Um-

dre-

drehungs-Geschwindigkeit des Rads schon sehr nahe. Wenn bey solchen die Umdrehungs-Geschwindigkeit sehr groß oder t sehr klein ist, so muß das Aufschlagwasser erst um eine beträchtliche Tiefe herabfallen, bevor es auf dem Schauffelboden auffällt, daher in diesem Fall schon mehrere Schauffeln unter dem Einschußgerinne so gut als leer vorbeystreichen, indem das hineinstürzende Wasser den Schauffeln nur schwebend nachfolgt, bis es durch seine beschleunigte Geschwindigkeit erst in größerer Tiefe den Boden erreicht. Zur nähern Bestimmung dient folgende Aufgabe.

§. 188.

Aufg. Die Tiefe, um welche bey einem mittelschlächtigen Rad das Aufschlagwasser herabfallen muß, bevor es auf dem Schauffelboden wirklich aufliegt, auf ein Beynahe zu bestimmen.

Auflös. Die Tiefe heiße x, so ist die zugehörige Zeit, welche nämlich das herabstürzende Wasser braucht, diese Tiefe zu erreichen,

$$= \sqrt{\frac{x}{g}} .$$

In dieser Zeit aber lauft die zunächst unter der Einschußrinne liegende Schauffel durch den Weg

$$\frac{3,14 \cdot 2r}{t} \cdot \sqrt{\frac{x}{g}} .$$

Und weil überdas der Boden dieser unter dem Gerinn vorbeyschiesenden Schauffel allemal schon etwa 1 Fuß tief unter dem Gerinne liegt, so ist die Tiefe des Schauffelbodens unter dem Gerinne da, wo das Wasser auf dem Schauffelboden völlig aufliegt, ungefähr 1 +

$$1 + \frac{3,14 \cdot 2r}{t} \cdot \sqrt{\frac{x}{g}} \cdot$$

Weil aber das Stück $\frac{3,14 \cdot 2r}{t} \cdot \sqrt{\frac{x}{g}}$ eigentlich die Länge von einem Bogen des Rads bedeutet, die senkrechte Tiefe also etwas geringer ist, so will ich statt des vorigen Ausdrucks den etwas geringern

$$1 + \frac{3 \cdot 2r}{t} \cdot \sqrt{\frac{x}{g}}$$

annehmen. Weil nun diese Tiefe $= x$ seyn soll, so hat man

$$x = 1 + \frac{6r}{t} \cdot \sqrt{\frac{x}{g}}$$

Oder $$x - 1 = \frac{6r}{t} \cdot \sqrt{\frac{x}{g}}$$

Also $$x^2 - 2x + 1 = \frac{36 r^2 \cdot x}{t^2 \cdot g}$$

Und

$$x^2 - \left(2 + \frac{36 r^2}{t^2 \cdot g}\right) \cdot x = -1$$

Also

$$x - \left(1 + \frac{18r^2}{t^2 \cdot g}\right) = \sqrt{\left[\left(1 + \frac{18r^2}{t^2 \cdot g}\right)^2 - 1\right]}$$

Und

$$x = 1 + \frac{18r^2}{t^2 \cdot g} \pm \sqrt{\left[\left(1 + \frac{18r^2}{t^2 \cdot g}\right)^2 - 1\right]}$$

wo aber offenbar das obere Zeichen genommen werden muß.

Ex. Es

Ex. Es sey der Durchmesser eines mittelschlächtigen Rads = 30 Fuß, also $r = 15$, und die Zeit eines Umgangs $t = 9$ Sekunden, so ist

$$x = 1 + \frac{18 \cdot 15^2}{9^2 \cdot 15{,}625} + \sqrt{\left[\left(1 + \frac{18 \cdot 15^2}{9^2 \cdot 15{,}625}\right)^2 - 1\right]}$$

$$= 1 + 3{,}2 + \sqrt{16{,}64}$$

$$= 8{,}28 \text{ Fuß.}$$

Demnach erreicht hier das Aufschlagwasser erst in einer Tiefe von etwa 8 Fuß unter dem Gerinn den Schauffelboden. Läge also das Gerinn z. B. 18 Fuß hoch über der tiefsten Stelle des Rads, so würden von dieser ganzen Höhe mehr nicht als $18 - (8 + \gamma)$ d. i. wenn z. B. $\gamma = 3$ Fuß gesezt wird, nur $18 - 11$ d. i. 7 Fuß benuzt.

Würde hingegen bey diesem Gefälle ein $17\frac{1}{2}$ Fuß hohes ganz oberschlächtiges Rad erbaut, so könnte bey solchem leicht u nur $= 1\frac{1}{2}$ Fuß gemacht werden, da dann $u + \gamma = 4\frac{1}{2}$ wäre, also von der Höhe des ganzen Rads noch $17\frac{1}{2} - 4\frac{1}{2}$ d. i. 13 Fuß benuzt würden. Erwägt man überdas, daß das oberschlächtige Rad weit kleiner ausfällt als das mittelschlächtige, und daher eine weit geringere Friktion haben muß, so erhellet, daß solches einen doppelt so großen Effekt als das mittelschlächtige haben könne, wenn man gleich für beyde einerley Menge Aufschlagwasser und einerley Gefälle hat.

§. 189.

Will man also die obige Formel für W auf mittelschlächtige Räder anwenden, so muß man darin statt u

den

den gefundenen allgemeinen Werth von x substituiren, Das gibt

$$W = \frac{\left(1 + \frac{0,256 \cdot b \cdot \lambda}{r}\right) \cdot 2gr \cdot t^2 \cdot (1-\beta) \cdot \left[1 - \left(\frac{18\,r^2}{t^2 \cdot 15,625} + \gamma\right)\left(1 + \frac{0,256 \cdot b \cdot \lambda}{r}\right)\right]}{t^2 \cdot 15,625}$$

§. 190.

Die obige Formel $P = \left(1 + \frac{0,256 \cdot b \cdot W \cdot \lambda}{W \cdot t^2}\right) \cdot W$

sezt voraus, daß die Weite der Steigröhre durchaus gleich groß, nämlich = w sey.

Müßte nun von der gegen den Kolben druckenden Wasserlast von unten angerechnet ein Stück auf die Länge A durch die Oefnung α, das folgende Stück auf die Länge B durch die Oefnung β, das folgende auf die Länge C durch die Oefnung γ, das folgende auf die Länge D durch die Oefnung δ u. s. f. getrieben werden,

so dürfte man nur

$$\frac{P}{W} = 1 + \frac{0{,}256.b.W}{t^2} \cdot \left(\frac{A}{\alpha} + \frac{B}{\beta} + \frac{C}{\gamma} + \frac{D}{\delta} \ldots\ldots \right)$$

setzen, da man dann die Länge des ersten Stücks vom mittlern Kolbenstand an zu messen hätte.

§. 191.

Wäre also z. B. die Seitenöfnung des Stiefels nur 1 Quadr. Zoll weit, der Stiefel aber 100 Quadr. Zoll, und die übrige ganze Steigröhre eben so weit als der Stiefel, ferner b = 2 Fuß, t = 20 Sekunden, A = 4 Fuß und die übrige Länge der Steigröhre 500 Fuß, so wäre

$$\frac{P}{W} = 1 + \frac{0{,}256.2.100}{400} \cdot \left(\frac{4}{1} + \frac{500}{100} \right) = 1 + 1{,}152 \text{ F.}$$

Wäre hingegen die Ausgußöfnung der Steigröhre nur 1 Quadr. Zoll weit, die Seitenöfnung des Stiefels aber gleichfalls 100 Quadr. Zoll, so hätte man

$$\frac{P}{W} = 1 + \frac{0{,}256 \cdot 2 \cdot 100}{400} \cdot \frac{500}{1} = 1 + 64 \text{ Fuß.}$$

Es verhielte sich also die Last, welche im lezten Fall zu wältigen wäre, zu der im ersten Fall

$= (1 + 64) : (1 + 1,152)$

also wäre die Last im leztern Fall weit beträchtlicher als im erstern.

§. 192.

Wenn man also engere und weitere Röhren zu einem Druckwerk gebrauchen will, so gewinnt man an der Kraft, wenn man die engern unten, die weitern aber oben anbringt.

§. 193.

Die meiste Schwierigkeit bey Berechnung eines Druckwerks macht die Friktion der Kolben in den Stiefeln; Da solche, um kein Wasser durchzulassen, äußerst genau an die Stiefelwand anschließen müssen, und um so viel gepreßter, je größer $\frac{P}{W}$ ist, so leiden solche eine ganz ungemein beträchtliche Friktion. Bey einem Druckwerk, dessen ich schon erwähnt habe, konnte ich das Uebersichtreten des Wassers im Stiefel beym Niedergang der Kolben nicht eher verhüten, als bis ich die Kolben so genau anpassend gemacht hatte, daß ich sie mit Winden in die Stiefel bringen mußte, da dann ihre Friktion augenscheinlich wenigstens so groß als die Last der 240 Fuß hohen Wassersäule war, so daß ich die gesammte Friktion, die der Maschine mitgerechnet, wenigstens so groß als die übrige ganze Last rechnen konnte. Ich hielte es daher für besser, lieber etwas Wasser durchzulassen, als die Last so ausserordentlich zu vergrößern, und ließ aus dieser Ursache die Kolben etwas verschwächen. Dadurch erhielt ich nun freylich von jedem Kolbenhub merklich weniger Wasser, aber auch in jeder Minute 3 Kolbenhübe, da ich vorher nur zweene rech-

nen durfte; im Ganzen gab mir also die Kunst doch eben so viel Wasser wie zuvor, und ich hatte dabey den Vortheil, daß die ganze Kunst nunmehr weit leichter ging, und die zuvor öfters entstandene Brüche dadurch gänzlich abgewendet wurden. Auch bleiben die Kolben dauerhafter und die Stiefel schleifen sich nicht so bald aus. Und da, wie ich oben gewiesen habe, der hierdurch entstehende Wasserverlust desto geringer wird, je kleiner t ist, so hat man dieserwegen besonders Ursache, t klein genug anzunehmen, also nach §. 184. W für einen hinlänglich kleinen Werth von t zu berechnen, so daß wo möglich $\frac{b}{t} > \frac{1}{6}$ werde, §. 173, besonders wenn die Höhe der druckenden Säule sich auf einige hundert Fuße belauft, und daher das Wasser mit äußerster Gewalt im Stiefel über sich zu treten bemüht ist.

Vom Druck auf die Röhrenwände und der davon abhängenden Festigkeit der Röhren.

§. 194.

Wenn ein mit Wasser beständig gleich hoch angefülltes Gefäß mit einer Röhre, deren Mündung niedriger als der Wasserspiegel im Gefäß liegt, verbunden ist, eben so wie ein Stiefel mit einer Steigröhre, und der Druck, den eine gegebene Stelle der Röhrenwand während dem Ausfluß aus der Röhre leidet, der Höhe p zugehört, wenn man überdas die Höhe des Wasserspiegels im Gefäß über erwähnter Stelle der Wand A, und die Höhe, welche der Geschwindigkeit des durchfliessenden Wassers an dieser Stelle zugehört, B nennt; so ist

$$p = A - B$$

wovon man den nähern Beweis bey H. H. Karsten Hydraulik S. 347. findet.

§. 195.

Beym Druckwerk ist die Geschwindigkeit, womit das Wasser im Stiefel fortgetrieben wird, $= \frac{b}{2t}$, also an jeder Stelle der Steigröhre, wo ihr Querschnitt w ist, $= \frac{W \cdot b}{2t \cdot w}$ und die zugehörige Höhe

$$= \left(\frac{W \cdot b}{2t \cdot w}\right)^2 : 4g = \frac{W^2 b^2}{16 t^2 \cdot w^2 \cdot g}.$$

§. 196.

Nun kommt es drauf an, A zu bestimmen. Hätte man statt der Kraft P ein so hoch mit Wasser beständig voll erhaltenes Gefäß, daß bey der gleichförmigen Bewegung das Wasser aus der Mündung der Röhre mit der Geschwindigkeit $\frac{b}{2t}$ wie beym Druckwerk aus der Steigröhre herauskäme, so gehörte hierzu ein Gefäß mit Wasser, dessen Oberfläche beständig um die Höhe $\frac{W^2 b^2}{16 t^2 \cdot w^2 \cdot g}$ höher läge, als die Mündung der Röhre. Wenn also die senkrechte Höhe der Röhrenmündung über der Seitenöfnung des Gefäßes wie beym Druckwerk $= 1$ wäre, so müßte die Höhe des Spiegels im Gefäß über der Seitenöfnung des Gefäßes

$$= 1 + \frac{W^2 \cdot b^2}{16 \cdot t^2 \cdot w^2 \cdot g}$$

seyn. Bey dieser Höhe würde bey der gleichförmigen Bewegung das Wasser aus der Röhrenmündung mit

der

der Geschwindigkeit $\frac{b}{2t}$ herausschiesen (§. 112.). Wenn also die Stelle der Röhrenwand um die Höhe x über der Seitenöfnung des Gefäßes liegt, so wäre für sie

$$A = 1 + \frac{W^2 \cdot b^2}{16 \cdot t^2 \cdot w^2 \cdot g} - x$$

also

$$p = A - B = 1 + \frac{W^2 \cdot b^2}{16 \cdot t^2 \cdot w^2 \cdot g} - x - \frac{W^2 \cdot b^2}{16 \cdot t^2 \cdot w^2 \cdot g}$$
$$= 1 - x$$

§. 197.

Beym Druckwerk hat man aber die im Stiefel drukende Wassersäule, wenn das unter dem Kolben darin stehende Wasser nicht in Betracht gezogen wird,

$$= 1 + \frac{0,256 \cdot b \cdot W \cdot \lambda}{w \cdot t^2}$$

Es läßt sich also fragen, ob bey solchem

$$A = 1 + \frac{0,256 \cdot b \cdot W \cdot \lambda}{w \cdot t^2} - x$$

also

$$p = 1 + \frac{0,256 \cdot b \cdot W \cdot \lambda}{w \cdot t^2} - x - \frac{W^2 \cdot b^2}{16 \cdot t^2 \cdot w^2 \cdot g} \left(b \right.$$

gesezt werden müsse? Daraus würde folgen, daß selbst der Rand der Ausflußmündung noch einen Druck litte, für welchen

$$p = 1 + \frac{0,256 \cdot b \cdot W \cdot \lambda}{w \cdot t^2} - 1 - \frac{W^2 \cdot b^2}{26 \cdot t^2 \cdot w^2 \cdot g}$$
$$= \frac{0,256 \cdot b \cdot W \cdot \lambda}{w \cdot t^2} - \frac{W^2 \cdot b^2}{16 \cdot t^2 \cdot w^2 \cdot g}$$

wäre. Und so müßte also bey dem Druckwerk, welches H. H. Karsten a. a. O. S. 571. erwähnt, die oberste Stelle der 60 Fuß hohen Steigröhre noch einen solchen Druck aushalten, als ob eine 270 Fuß hohe Wassersäule daselbst auf sie druckte; und es hätte also das lezte Stück der Steigröhre noch eine ganz ungemeine Stärke nöthig. Dieses ist nun offenbar gegen alle Erfahrung; Also kann die Formel (h) für Druckwerke nicht gelten. Ueberhaupt gestehe ich, daß ich hierüber ganz anders denke, als andere Lehrer der Hydrodynamik.

§. 198.

Der Ausdruck: beym Druckwerk sey die Last einer Wassersäule von der Höhe $l + \frac{0,256 . b . W . \lambda}{w . t^2}$ gleich, ist im Grund unrichtig, ich habe mich deswegen schon oben über den Sinn dieser Formel erklärt. Die wirkliche Last bleibt allemal nur einer Wassersäule von der Höhe l gleich, aber um solche mit der Geschwindigkeit $\frac{b}{2t}$ fortzudrucken, muß die Kraft so viel Ueberwucht haben, als eine Wassersäule von der Höhe $\frac{0,256 . b . W . \lambda}{w . t^2}$ beträgt. Die gesammte Masse $\lambda . w$ muß dabey als eine einzige zusammenhängende Masse in der Steigröhre dadurch fortgeschoben werden, daß das Wasser aus dem Stiefel durch die Seitenöfnung dem in der Steigröhre befindlichen Wasser entgegen gedruckt wird. Man kann sich vorstellen, das Wasser in der Steigröhre sey mit einer unendlich dünnen nach allen Richtungen der Steigröhre vollkommen beugsamen Röhre umgeben, die zugleich

gleich unten in der Seitenöfnung des Stiefels einen festen Boden habe, so kann die Bewegung nicht anders geschehen, als sie auch ohne diesen Umstand geschehen muß; wenn nun die Kraft mit ihrer Ueberwucht den Kolben niederdruckt, und dadurch das Wasser im Stiefel gegen den Boden gedachter unendlich dünnen mit Wasser angefüllten Röhre preßt, so muß solche aufwärts weichen, wie es der bisherigen Rechnung gemäs ist. Gedenkt man sich nun weiter, daß das Stück dieser Röhre, welches über die Mündung der Steigröhre hinausgedruckt würde, sogleich sein Wasser verlöhre, wie es beym Druckwerk wirklich geschieht, so sieht man wohl, daß hierbey der Seitendruck des Wassers in der Steigröhre beständig der Höhe $l - x$ zugehören müsse. Die Ueberwucht wird nur zur Erhaltung der Geschwindigkeit erfodert, womit die Last fortgetrieben werden soll, wobey aber die ganze Wassermasse als ein zusammenhängender Körper fortgedruckt wird, ohne daß dadurch die gegenseitigen Pressungen der einzelen Wasserschichten anders ausfallen können, als bey der ruhigen Masse, daher der Seitendruck bey der Bewegung eben so wie bey der Ruhe $= l - x$ seyn muß. Eine weitere Untersuchung beweist eben solches. Ließe man z. B. die Seitenöfnung im Stiefel, die erst der Steigröhrenweite gleich gewesen wäre, nur 1 Quadr. Linie, die ganze Steigröhre aber so weit als den Stiefel machen, so würde dadurch die erfoderliche Ueberwucht ungemein vergrößert, wenn nun dennoch das Wasser mit der vorigen Geschwindigkeit $\frac{b}{2t}$ in der Steigröhre fortgehen sollte. Da alles in der Steigröhre ungeändert bleibt, auch das Wasser mit eben der vorigen Geschwindigkeit darin fortsteigt, so

kann nun offenbar in der ganzen Steigröhre kein Grund liegen, warum eine größere Ueberwucht erfodert wird, und es können sich also die Pressungen in der Steigröhre nicht abändern, es kann also auch der Seitendruck des Wassers auf die Steigröhrenwand im geringsten nicht abgeändert werden, und er kann also hier offenbar nicht von der Ueberwucht abhängen. Diese muß hier blos wegen der beym Wasser im Stiefel vermehrten Schwierigkeit, aus dem Stiefel in die Steigröhre zu kommen und zugleich die gesammte Wassermasse schnell fortzudrucken, vergrößert werden. Und so dient überhaupt die Ueberwucht nur, das Wasser aus dem Stiefel schnell genug gegen die Wassermasse in der Steigröhre zu drucken, und solcher die bestimmte Geschwindigkeit mitzutheilen, wodurch also in den einzelen Pressungen, folglich auch im Seitendruck in der Steigröhre weiter keine Veränderung erregt wird. Der Werth von λ, dessen Vergrößerung zugleich die Ueberwucht vergrößert, betrift zwar die Steigröhre, und dieser Umstand scheint daher dem Gesagten zu widersprechen. Allein so gewiß es auch ist, daß die Anzahl der Pressungen der einzelen Wasserschichten in der Steigröhre dem Werth von λ proportional ist, so folgt doch hieraus nicht die Vergrößerung des Seitendrucks auf einzele Stellen der Steigröhre, wenn λ vergrößert wird. Der Seitendruck im Ganzen bleibt zwar allerdings dem Werth von λ proportional, da aber auch der Umfang der Steigröhre dem Werth von λ proportional ist, so gehören bey einem n fachen Werth von λ zum n fachen Seitendruck auf die ganze Steigröhre auch eine n fache Anzahl von Punkten oder eine n fache Fläche, auf welche der n fache Druck ausgebreitet wird, daher für jede einzele Stelle der Seitendruck beym

n fa-

n fachen λ nicht anders ausfällt, als beym einfachen.

§. 199.

Ich ziehe hieraus die Folge, daß zwar

für den Stiefel $p = 1 + \frac{0{,}256 \cdot b \cdot W \cdot \lambda}{w \cdot t^2}$

für die Steigröhre aber, wenn solche gleich weit ist, $p = 1 - x$

genommen werden müsse.

§. 200.

Wäre die Steigröhre z. B. aus 4 ungleich weiten Stücken zusammen gesezt, wie §. 190, so wäre

Für den Seitendruck bey dem ersten Stück in jeder Höhe x über der Seitenöfnung des Stiefels

$$p = 1 - x + \frac{0{,}256 \cdot b \cdot W}{t^2} \cdot \left(\frac{B}{b} + \frac{C}{\gamma} + \frac{D}{\delta}\right)$$

beym zweyten $= 1 - x + \frac{0{,}256 \cdot b \cdot W}{t^2} \cdot \left(\frac{C}{\gamma} + \frac{D}{\delta}\right)$

„ dritten $= 1 - x + \frac{0{,}256 \cdot b \cdot W}{t^2} \cdot \frac{D}{\delta}$

„ vierten $= 1 - x + \frac{0{,}256 \cdot b \cdot W}{t^2} \cdot 0 = 1 - x$

Ich weiche also in diesen Bestimmungen von den besten neuern Lehrern der Hydrodynamik sehr weit ab, glaube mich aber deshalb hinlänglich gerechtfertigt zu haben.

§. 201.

Um also der Stiefelwand bey einem Druckwerk hinlängliche Festigkeit zu geben, muß man ihre Dicke so

berechnen, als ob sie den Druck einer ruhig stehenden Wassersäule von der Höhe $l + \frac{0,256 . b . W . \lambda}{w^2 . t^2}$ auszuhalten hätte; die Dicke der Wand bey der Steigröhre aber muß für jedes einzele Röhrenstück so berechnet werden, wie sie dem Druck auf die unterste Stelle dieses Röhrenstücks gemäs ist; denn obgleich die Wanddicke jedes einzelen Röhrenstücks nach dem obern Ende zu schon etwas schwächer seyn dürfte, so beträgt doch diese Verjüngung bey einem kurzen Stück nur unmerklich wenig und verdient daher in der Ausübung gar nicht in Betrachtung gezogen zu werden.

§. 202.

Wenn man die absolute Festigkeit einer zu Röhren bestimmten Materie hinlänglich kennt, so ließe sich zwar daraus unmittelbar die Dicke eines jeden zu einem Druckwerk kommenden Röhrenstücks berechnen. Aber einmal sind die Versuche, welche z. B. Musschenbrök und Bernoulli über die absolute Festigkeit der Metalle angestellt haben, zu sehr im Kleinen angestellt worden, daher sich Anwendungen davon im Großen nicht ohne Gefahr machen lassen; Fürs andere muß erst untersucht werden, ob es mit der Art des Brechens bey den angestellten Versuchen und bey Röhren einerley Bewandniß habe? Man geht daher am sichersten, wenn man bey diesen Berechnungen Versuche, die mit Röhren selbst im Großen angestellt worden sind, zum Grund legt.

§. 203.

Weiß man z. B. aus einem Versuch, daß bey einer Wasserhöhe $= h$ und dem Halbmesser der Röhre r die

die Dicke der Wand von gegebener Materie = c seyn muß, und man will nun die Dicke der Wand für eine Röhre vom Halbmesser R und von der Wasserhöhe H für eben die Materie berechnen; so ist die gesuchte Wanddicke = C gesezt,

$$C = \frac{H \cdot R}{h \cdot r} \cdot c$$

wenn ein eben so schweres Fluidum wie beym Versuch gebraucht wird. Verhielte sich aber die specifische Schwere des in der neuen Röhre druckenden Fluidi zu der beym Versuch gehabten wie $\pi : 1$ so wäre

$$C = \frac{H \cdot R \cdot \pi}{h \cdot r} \cdot c$$

§. 204.

Zur Anwendung dieser Formel dienen nun folgende Erfahrungen:

I. Nach Belidorn leistet eine 12 Zoll weite bleyerne Röhre auf eine Wasserhöhe von 60 Fuß hinreichenden Widerstand, wenn ihre Wand 9 Linien dick ist.

II. Eine aus sogenanntem Metall, einer sehr spröden Komposition, verfertigte Röhre darf unter eben den Umständen No. I. nicht unter 3 Linien dick seyn.

III. Eine aus gegossenem nicht sehr gutem Eisen verfertigte 10 Zoll weite Röhre leistet bey einer Wasserhöhe von 240 Fußen hinreichenden Widerstand, wenn ihre Wand 1 Zoll dick ist, wie ich aus eigenen Anlagen durch 4 verschiedene Erfahrungen erprobt gefunden habe. Ob nicht eine geringere

ringere Eisendicke schon zureichend wäre, läßt sich zwar hieraus nicht schließen. Aber aus Erfahrungen von fremden Anlagen kann ich schließen, daß man bey merklich geringerer Dicke z. B. $\frac{1}{2}$ Zoll noch der Gefahr des Berstens ausgesezt bleibt. Und weil man bey Eisen niemalen auf den durchaus vollen Guß rechnen darf, so rathe ich, die Sparsamkeit hierin nicht zu weit zu treiben, sondern lieber für eine etwas überflüssige Dicke besorgt zu seyn; und zu dem Ende kann man den hier von mir angeführten Erfahrungssatz allemal zum Grund legen. Gibt aber die Anwendung davon in einem vorkommenden Fall C < $\frac{1}{3}$ Zoll, so soll man bey $\frac{1}{3}$ Zoll dennoch allemal bleiben, weil die Ungleichheit des Gusses, worauf man in der Ausübung mit zu rechnen hat, sonsten die Röhre dennoch zu schwach geben könnte. Daher ich auch das oberste oder schwächste Stück der Steigröhre nicht unter $\frac{1}{3}$ Zoll dick zu nehmen rathe.

IV. Eine 14 Zoll weite büchene, nur $2\frac{1}{2}$ Fuß lange Röhre, welche an beyden Enden und zwischen solchen noch zweymal, also überhaupt mit 4 eisernen 3 Zoll breiten und $\frac{1}{2}$ Zoll dicken Reifen beschlagen ist, und mit diesem Beschläg 3 Wochen in Wasser geworfen wird, um sich hinlänglich zu verquellen, hält den Druck einer 240 Fuß hohen Wassersäule hinlänglich aus; wenn ihre Wand nur $2\frac{1}{2}$ Zoll dick ist. Man kann sich hierauf sicher verlassen, da ich den Versuch mit 4 verschiedenen dergleichen Röhren angestellt habe, wovon noch überdas die eine schon vor dem Beschlagen mit den Reifen an einer Seite von oben bis unten völlig

lig von einander gerissen war. Dieser Riß wurde durch die eisernen Reife und das nachherige Verquellen so zusammengepreßt, daß bey dem starken Druck der 240 Fuß hohen Wassersäule auch durch diese Röhre kein Tropfen durchzudringen vermogte.

§. 205.

Diese Erfahrungen dienen nun, in jedem vorkommenden Fall sowohl die erfoderliche Dicke der Stiefelwand, als eines jeden Stücks der Steigröhre mit hinlänglicher Sicherheit zu bestimmen. Aus §. 179. bestimmt man nämlich zuerst die Höhe, auf welche man den Druck zu rechnen hat; aus dem vorgegebenen Fall nimmt man alsdann die Werthe von H, R und π, und aus dem zur bestimmten Materie der Röhre gehörigen Versuch nimmt man die Werthe von h, r und c, und gebraucht solche in der Formel für C §. 203.

§. 206.

Der äußerst wichtige Versuch (§. 204. No. IV.) beweist zugleich, daß man sich bey den importantesten Druckwerken mit größter Sicherheit büchener Röhrenstücke zu den Steigröhren bedienen könne.

Achtes Kapitel.

Theorie der Saugwerke.

§. 207.

Die allgemeine Einrichtung eines Saugwerks setze ich hier als bekannt voraus. Wenn man zuvörderst berechnen will, mit welcher Geschwindigkeit das Wasser im Stiefel des Saugwerks, unter der Voraussetzung, daß unter dem Kolben beständig ein luftleerer Raum hergestellt werde, in die Höhe steige, so darf man nur folgendes erwägen.

Die Maschine ist ein wahres Druckwerk. Der Stiefel dieses Druckwerks ist nämlich der Wasserbehälter, worin die Saugröhre steht; Die Steigröhre dieses Druckwerks ist die Saugröhre nebst dem Saugwerksstiefel; Die Kraft, welche das Wasser in die Steigröhre treibt, ist aus dem Druck des über der untern Oefnung der Steigröhre im Behälter stehenden Wassers und dem Druck der Atmosphäre zusammengesezt. Wenn also die senkrechte Tiefe der untern Saugröhrenöfnung unter dem Wasserspiegel des Behälters p heißt, und die Höhe der Wassersäule, welche mit dem Druck der Atmosphäre im Gleichgewicht ist, $= H$ gesezt wird, so gleicht hier die Kraft, welche das Wasser in die Steigröhre treibt, dem Druck einer Wassersäule von der Höhe $p + H$, die also hier das ist, was §. 190. $\frac{P}{W}$ bedeutet.

Für

Für die senkrechte Höhe der Wassersäule, welche durch die Kraft aufwärts getrieben werden muß, kann hier ohne merklichen Fehler die senkrechte Höhe von der untern Saugröhrenöfnung bis zum mittlern Kolbenstand im Saugwerksstiefel angenommen werden; Wenn also die senkrechte Höhe der ganzen Saugröhre $= a$, und die senkrechte Höhe von der obern Mündung der Saugröhre bis zum mittlern Kolbenstand $= h$ gesezt wird, so ist hier $a + h$ was §. 190. l ist. Sezt man ferner die ganze Länge der Saugröhre $= A$ und die Oefnung der Saugröhre $= \alpha$, die Länge von der obern Mündung der Saugröhre bis zum mittlern Kolbenstand $= B$ und die Weite des Saugwerksstiefels $= \beta$, so haben $\frac{A}{\alpha}$ und $\frac{B}{\beta}$ eben die Bedeutung wie §. 190. Soll nun das Wasser im Saugwerksstiefel in die Höhe b aufwärts steigen, so muß, wenn der um die Saugröhre herum im Behälter stehende Wasserspiegel $= W$ ist, dieser Wasserspiegel um die Tiefe $\frac{\beta}{W}$ sinken; Da nun der Wasser-Behälter hier den Stiefel des Druckwerks vorstellt, wobey die Atmosphäre die Stelle des Kolbens vertritt, so ist bey diesem Druckwerk der Kolbenhub des Druckwerksstiefels

$$= \frac{\beta}{W} \cdot b \cdot$$

Was also §. 190. b ist, ist hier $\frac{\beta}{W} \cdot b$. Wenn man nun alle Größen in der Formel §. 190. substituirt, so ergibt sich

p +

$$p + H = a + h + \frac{0{,}256 \cdot \frac{\beta}{W} \cdot b \cdot W}{t^2} \cdot \left(\frac{A + p}{\alpha} + \frac{B}{\beta} \right)$$

für ein doppeltes Saugwerk, wo die Zeit des Kolbenspiels $= t$ ist.

Es ist also

$$\frac{p + H - (a + h)}{\frac{A + p}{\alpha} + \frac{B}{\beta}} = 0{,}256 \, \frac{\beta}{W} \cdot b \cdot W$$

$$t^2$$

also

$$t^2 = \frac{0{,}256 \cdot \beta \cdot b \cdot \left(\frac{A + p}{\alpha} + \frac{B}{\beta} \right)}{p + H - (a + h)}$$

Und

$$t = \sqrt{\left[\frac{0{,}256 \cdot \beta \cdot b \cdot \left(\frac{A + p}{\alpha} + \frac{B}{\beta} \right)}{p + H - (a + h)} \right]}$$

§. 208.

Wenn also im Stiefel des Saugwerks unter dem Kolben beständig ein luftleerer Raum hergestellt wird, so ist die Zeit, welche das Wasser braucht, im Stiefel um die Höhe b aufwärts zu steigen,

$$= \sqrt{\left[\frac{0{,}064 \cdot \beta \cdot b \cdot \left(\frac{A + p}{\alpha} + \frac{B}{\beta} \right)}{p + H - (a + h)} \right]}$$

nämlich halb so groß als die berechnete Zeit des ganzen Kolbenspiels.

§. 209.

§. 209.

Soll also der Raum unter dem Kolben während dessen Aufgang völlig mit Wasser angefüllt werden können, damit man den ganzen Hub voll Wasser erhalte, so darf die Zeit eines Kolbenhubs nicht kleiner als

$$\sqrt{\left[\frac{0{,}064 \cdot \beta \cdot b \cdot \left(\frac{A+p}{\alpha} + \frac{B}{\beta}\right)}{p+H-(a+h)}\right]}$$

seyn.

§. 210.

Hieraus folgt aber noch nicht, daß, um mit möglichstem Vortheil die Maschine zu benutzen, die Zeit eines Kolbenhubs

$$= \sqrt{\left[\frac{0{,}064 \cdot \beta \cdot b \cdot \left(\frac{A+p}{\alpha} + \frac{B}{\beta}\right)}{p+H-(a+h)}\right]}$$

genommen werden müsse. Wenn nämlich der Kolben mittelst eines Wasserrads betrieben wird, so kommt solches sammt der Last, welche ihm der Kolben entgegensezt, bald in eine fast gleichförmige Bewegung, wie schon oben bey der Theorie der Druckwerke gezeigt worden. Dagegen steigt das Wasser im Stiefel mit beschleunigter von o anfangender Geschwindigkeit. Wollte man also die Einrichtung so machen, daß der Kolben in der durch obige Formel bestimmten Zeit seinen völligen Hub thäte, so müßte der Kolben während dem Aufsteigen beständig um eine gewisse Entfernung über dem nachsteigenden Wasser voraus seyn, weil des leztern Geschwindigkeit immer wächst, so daß es erst in der obersten Stelle des Hubs den Kolben einholen müßte. Es

müßte also während dem Aufsteigen des Kolbens beständig ein leerer Raum zwischen dem Kolben und dem nachfolgenden Wasser bleiben, der zulezt hin immer kürzer und endlich allemal am Ende des Hubs $= o$ würde. Die Folge hieraus würde diese seyn, daß, da auf den Kolben die Atmosphäre so stark als eine Wassersäule, deren Höhe gleichfalls $= H$ gesezt werden kann, druckt, solchergestalt bey jedem Hub eine Wassersäule über dem Kolben von der Höhe $q + H$ der Kraft entgegendruckte, wo ich nämlich unter q die Höhe vom mittlern Kolbenstand bis zur Ausgußrinne verstehe. Das Rad hätte also bey dieser Einrichtung wegen der Atmosphäre so viel als eine über dem Kolben stehende Wassersäule von der Höhe $q + H$ zu wältigen. Nun ist aber die Höhe der wirklich zu wältigenden Wassersäule $= a + h + q$; Und da allemal $a + h < H$ genommen werden muß, und in sehr vielen Fällen der Ausübung beträchtlich $< H$ ausfällt, so erhellet, daß bey der erwähnten Einrichtung dem Rad allemal eine größere Last zu wältigen zugemuthet würde, als die wirklich vorhandene Last des Wassers im Stiefel und in der Saugröhre zusammen genommen ausmacht, folglich die Maschine eine sehr unvollkommene Einrichtung hätte.

§. 211.

Es muß daher die Einrichtung so gemacht werden, daß das im Stiefel unter dem Kolben steigende Wasser zugleich den Kolben noch aufwärts drucke, also des Kolbens Geschwindigkeit merklich kleiner als

$$\sqrt{\left[\frac{0{,}064 \cdot \beta \cdot b \cdot \left(\frac{A + p}{\alpha} + \frac{B}{\beta}\right)}{p + H - (a + h)}\right]}$$

Oder

Oder kleiner als

$$\sqrt{\left[\frac{b \cdot [p + H - (a + h)]}{0{,}064 \cdot \beta \cdot \left(\frac{A + p}{\alpha} + \frac{B}{\beta}\right)}\right]}$$

ausfalle.

§. 212.

Ex. Es sey in Fußen: $a = 33$, $h = 3$, $p = 10$, $H = 31$; $b = 3$, $A = a = 33$, $B = h = 3$, $\alpha = \frac{1}{20}$ Quadr. Fuß, $\beta = \frac{1}{2}$ Quadr. Fuß, so wäre die Zeit, binnen der das Wasser im Stiefel um die Höhe b d. i. 3 Fuß hoch aufsteigen könnte, nach obiger Formel §. 207.

$$= \sqrt{\left[\frac{0{,}064 \cdot 0{,}5 \cdot 3 \cdot \left(\frac{43}{0{,}05} + \frac{3}{0{,}5}\right)}{10 + 31 - (33 + 3)}\right]}$$

$= 4{,}07$ Sekunden.

Wollte man nun den Kolben in 4,07 Sekunden aufsteigen lassen, so brächte man das Wasser nur auf die Höhe von $26' + q$ über den Wasserspiegel d. i. wenn $q = 4$ Fuß ist, auf die Höhe von 30 Fuß. Gleichwohl hätte die Kraft den Gegendruck einer Wassersäule von der Höhe $H + q = 31 + 4$ d. i. von 35′ zu wältigen, man verwendete also $\frac{1}{7}$ der Kraft umsonst oder verlöhre so viel.

§. 213.

Macht man hingegen die Einrichtung, daß der Kolben z. B. nur $\frac{1}{4}$ Fuß zu steigen braucht, bis er von dem nachfolgenden Wasser eingeholt wird, so druckt die Atmosphäre das Wasser im Stiefel aufwärts gegen den Kolben, so daß alsdann der Kolben, sobald er $\frac{1}{4}$ Fuß

hoch gestiegen ist, nur noch von einer Wassersäule von der Höhe $H+q-(H-(a+h-p))$ d. i. von der Höhe $a+h+q-p$ niederwärts gedruckt wird. Es würde also die den Kolben niederdruckende Last nur auf einen sehr kleinen Theil des ganzen Hubs größer als eine Wassersäule von besagter Höhe seyn, und man kann daher im Ganzen die den Kolben niederdruckende Last, wenn er in der Höhe von einigen Zollen schon vom aufsteigenden Wasser eingeholt wird, ohne merklichen Fehler einer Wassersäule von der Höhe $a+h+q-p$ gleichsetzen.

§. 214.

Ich will also die hierzu erfoderliche Zeit eines Kolbenaufgangs berechnen. Man setze demnach $b = \frac{1}{4}$ Fuß, so ist die Zeit τ, worin das Wasser im Stiefel so hoch steigt, nach §. 208.

$$\tau = \sqrt{\left[\frac{0{,}064 \cdot \beta \cdot 0{,}25 \cdot \left(\frac{A+p}{\alpha} + \frac{B}{\beta}\right)}{p+H-(a+h)}\right]}$$

$$= \sqrt{\left[\frac{0{,}016 \cdot \beta \cdot \left(\frac{A+p}{\alpha} + \frac{B}{\beta}\right)}{p+H-(a+h)}\right]}$$

Oder allgemein δ statt $\frac{1}{4}$ Fuß gesezt

$$\tau = \sqrt{\left[\frac{0{,}064 \cdot \beta \cdot \delta \cdot \left(\frac{A+p}{\alpha} + \frac{B}{\beta}\right)}{p+H-(a+h)}\right]}$$

$$= \sqrt{\left[\frac{0{,}064 \cdot \left(\delta \cdot B + \frac{\beta \cdot (A+p)}{\alpha}\right)}{p+H-(a+h)}\right]}$$

§. 215.

§. 215.

Behält man das vorige Beyspiel, so findet sich diese Zeit

$$= \sqrt{\left[\frac{0{,}016 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{43}{0{,}05} + \frac{3}{\frac{1}{2}}\right)}{10 + 31 - 36}\right]}$$

$$= 1{,}17 \text{ Sekunden}$$

worin das Wasser $\frac{1}{4}$ Fuß hoch steigt; soll es nun in dieser Höhe den Kolben einholen, so muß der Kolben in 1,17 Sekunden gleichfalls $\frac{1}{4}$ Fuß steigen; die Zeit seines ganzen Hubs muß also $\frac{3}{\frac{1}{4}} \cdot 1{,}17 = 14{,}04$ Sekunden betragen. Ließe man also bey einem dergleichen doppelten Saugwerk die Kolben in 28 Sekunden einmal auf- und niederspielen, so würde die auf die Kolben druckende Last beynahe nur einer Wassersäule von der Höhe $a + h + q - p$ d. i. von $33 + 3 + 4 - 10$ oder von 30 Fuß gleich seyn, da solche, wenn das Wasser unter dem Kolben ungehindert in der kurzmöglichsten Zeit aufsteigt, 35 Fuß beträgt, §. 212.

§. 216.

Man sieht hieraus, wie beträchtlich man die Last vergrößern, oder die Wirkung der Kraft verschwächen kann, wenn man die Kolben zu geschwind spielen läßt. Betrüge z. B. die wahre Höhe, auf welche das Wasser gehoben wird, 16 Fuß, und spielten nun die Kolben so geschwind, daß sie z. B. in der Mitte des Hubs erst vom Wasser eingeholt würden, so würde die auf die Kolben druckende Last, wenn $q = 4$ wäre, bis zur Mitte des Hubs allemal einer Wassersäule von der Höhe $31 + 4$ oder 35′ seyn, da doch die wirklich zu wältigende Was-

serſäule nur die Höhe von 16 Fuß hätte, woraus also die erſtaunende Verſchwächung des Effekts eines Saugwerks bey Vernachläſſigung der gehörigen Einrichtung erhellet.

§. 217.

Die vortheilhafteſte Einrichtung eines Saugwerks kommt alſo darauf an, daß das aufſteigende Waſſer im Stiefel den Kolben ſehr bald einhole, und daß man daher dem Kolben eine geringe nach §. 214. zu beſtimmende Geſchwindigkeit verſtatte.

Durch dieſe Beobachtung iſt man allemal im Stand, die Einrichtung ſo zu treffen, daß die auf den Kolben druckende Laſt in der Ausübung nur einer Waſſerſäule von der Höhe $a+h+q-p$ gleichgeachtet werden kann.

§. 218.

Man kann alſo für die Berechnung der zur Hebung des Kolbens erfoderlichen Kraft die Sache ſo anſehen, als hätte man ein Druckwerk zu betreiben, wobey das Waſſer um die ſenkrechte Höhe $a+h+q-p$ d. i. vom Waſſerſpiegel im Behälter bis zur Ausgußrinne erhoben werden müſſe, daferne das Saugwerk eine vollkommene Einrichtung erhalten ſoll. Dieſe Höhe ſoll nun hier wie in §. 166. l heißen.

Hierbey iſt nun die Steigröhre eigentlich der oberwärts verlängerte Stiefel und daher in §. 166. $w=W$. Gewöhnlich ſtehen hierbey die Stiefel ſenkrecht; doch können ſie auch ſchief ſtehen. Ich will daher die Länge, welche der Stiefel auf die ſenkrechte Höhe q hat, κ nennen, ſo iſt hier $a+h+\kappa-p$ was in §. 166. λ bedeu-

bedeutet. Und nun ist, wenn man wieder W die Weite des Stiefels bedeuten läßt, nach §. 166.

$$\frac{P}{W} = 1 + \frac{0{,}256 \cdot b \cdot (a + h + \kappa - p)}{t^2}$$

wo P die zur Betreibung der Kolben nöthige Kraft und t die Zeit eines Kolbenspiels beym doppelten Saugwerk bedeutet.

§. 219.

Gewöhnlich ist $\kappa = q$, und daher $a + h + \kappa - p = l$; ich gebrauche daher von nun an die Formel

$$\frac{P}{W} = 1 + \frac{0{,}256 \cdot b \cdot l}{t^2} = \left(1 + \frac{0{,}256 \cdot b}{t^2}\right) \cdot l$$

Hierbey wird aber die Beobachtung der Regel §. 217. allemal vorausgesezt, und da sich solche auf die Formel §. 214. gründet, so erhellet, daß es hierbey dennoch allemal auf die Verhältniß der Weite des Stiefels und der Steigröhre, und auf die Länge der ganzen Saugröhre ankomme, weil von solchen der Werth von t abhängt. Substituirt man diesen Werth von t aus §. 214. so erhält man

$$\frac{P}{W} = l \cdot \left[1 + \frac{0{,}256 \cdot b \cdot [p + H - (a + h)]}{0{,}064 \cdot \delta \cdot W \cdot \left(\frac{A + p}{\alpha} + \frac{B}{W}\right)}\right]$$

$$\frac{P}{W} = l \cdot \left[1 + \frac{4 \cdot b \cdot [p + H - (a + h)]}{B + \frac{(A + p) - W \cdot \delta}{\alpha}}\right]$$

§. 220.

Man hat aber hierbey noch folgendes zu erwägen. Indem der eine Kolben des doppelten Saugwerks aufwärts

wärts steigt, sinkt der andere nieder und muß sich also durch das unter ihm befindliche Wasser durchdrängen. Nun sey die Oefnung im Kolben $= \varphi$, so ist seine noch wirklich vorhandene ringförmige Grundfläche $= W - \varphi$; Diese Oefnung ist ein hohler Zylinder, dessen Höhe ich z nennen will. Nun läßt sich die Sache so ansehen, als ob noch ein doppeltes Druckwerk zu betreiben wäre, für welches, weil das Wasser dadurch nicht höher gebracht wird, $l = o$, $\lambda = z$, die Weite der Steigröhre $= \varphi$, des Stiefels $= W - \varphi$ Kolbenhub und Zeit des Kolbenspiels aber b, t blieben. Heißt nun die hierzu erfoderliche Kraft M, so ist

$$M = \left(o + \frac{0{,}256 \cdot b \cdot (W - \varphi) \cdot z}{\varphi \cdot t^2}\right) \cdot (W - \varphi)$$

d. i. $$M = \frac{0{,}256 \cdot b \cdot z \cdot (W - \varphi)^2}{\varphi \cdot t^2}$$

also die gesammte zum doppelten Saugwerk erfoderliche Kraft

$$= P + M$$

$$= W \cdot \left(1 + \frac{0{,}256 \cdot b \cdot l}{t^2}\right) + \frac{0{,}256 \cdot b \cdot z \cdot (W - \varphi)^2}{\varphi \cdot t^2}.$$

Und daher die gesammte Höhe der auf die Kolbenfläche W der Kraft entgegendruckenden Wassersäule, die ich K nennen will.

$$= \frac{P + M}{W} = 1 + \frac{0{,}256 \cdot b \cdot l}{t^2} + \frac{0{,}256 \cdot b \cdot z \cdot (W - \varphi)^2}{W \cdot \varphi \cdot t^2}$$

Oder $$K = 1 + \frac{0{,}256 \cdot b}{t^2} \cdot \left(l + \frac{z \cdot (W - \varphi)^2}{W \cdot \varphi}\right)$$

§. 221.

Sezt man hier den Werth von t fest, so läßt sich daraus die Zeit berechnen, worin der Kolben z. B. um die Höhe δ steigt; Diese Zeit heißt in §. 214. τ, wovon also der Werth als bekannt angenommen werden kann. Sezt man nun §. 214.

$$\tau = \sqrt{\frac{0{,}064 \cdot W \cdot \delta \cdot \left(\frac{A+p}{\alpha} + \frac{B}{W}\right)}{p + H - (a+h)}}$$

wo also τ nicht < wohl aber > seyn dürfte, so folgt

$$\tau^2 \cdot [p + H - (a+h)]$$

$$\text{nicht} < 0{,}064 \cdot \delta \cdot W \cdot \frac{A+p}{\alpha} + 0{,}064 \cdot \delta \cdot B$$

also

$$\tau^2 \cdot [p + H - (a+h)] - 0{,}064 \cdot \delta \cdot B$$

$$\text{nicht} < 0{,}064 \cdot \delta \cdot (A+p) \cdot \frac{W}{\alpha}$$

demnach

$$\frac{W}{\alpha} \text{ nicht} > \frac{\tau^2 \cdot [p + H - (a+h)] - 0{,}064 \cdot \delta \cdot B}{0{,}064 \cdot \delta \cdot (A+p)}$$

Oder

$$\frac{\alpha}{W} \text{ nicht} < \frac{0{,}064 \cdot \delta \cdot (A+p)}{\tau^2 \cdot [p + H - (a+h)] - 0{,}064 \cdot \delta \cdot B}$$

Oder

$$\alpha \text{ nicht} < \frac{0{,}064 \cdot \delta \cdot (A+p)}{\tau^2 \cdot [p + H - (a+h)] - 0{,}064 \cdot \delta \cdot B} \cdot W$$

wo δ nur einige Zolle bedeutet.

Wohl aber darf mit Vortheil der Werth von α noch größer genommen werden. Wenn nämlich die Zeit

eines Kolbenspiels bestimmt ist, und man nimmt nun

α noch größer als $\frac{0{,}064 \cdot (A + p)}{\tau^2 \cdot (p + H - (a + h)) - 0{,}064 \cdot \delta \cdot B} \cdot W$,

so kommt die Last noch desto näher an die im Anfang von §. 218. angenommene, und desto vollkommener wird also die Einrichtung des Saugwerks. Dieß läßt sich nun auch so ausdrucken: es ist

$$\alpha = \frac{0{,}064 \cdot \delta \cdot (A + p)}{\tau^2 \cdot [p + H - (a + h)] - 0{,}064 \cdot \delta \cdot B} \cdot W$$

Nun ist aber

$$\tau : \delta = t : 2b$$

also

$$\tau = \frac{\delta \cdot t}{2b}$$

demnach

$$\alpha = \frac{0{,}064 \cdot \delta \cdot (A + p)}{\left(\frac{\delta t}{2b}\right)^2 \cdot [p + H - (a + h)] - 0{,}064 \cdot \delta \cdot B} \cdot W$$

Oder

$$\alpha = \frac{0{,}256 \cdot b^2 \cdot (A + p) \cdot W}{\tau^2 \cdot \delta \cdot [p + H - (a + h)] - 0{,}256 \cdot b^2 \cdot B}$$

Je kleiner man nun δ nimmt, desto näher kommt die Last an die im Anfang von §. 218. angenommene, und desto vollkommener wird also die Einrichtung des Saugwerks.

§. 222.

Je kleiner δ genommen wird, desto größer wird α, man könnte also auf den Gedanken kommen, α sehr groß zu nehmen, um dadurch die Einrichtung sehr vollkommen zu machen. Wenn inzwischen δ z. B. nur $= \frac{1}{10} b$

genom-

genommen wird, so kommt dadurch die Last der im Anfang von §. 218. angenommenen schon so sehr nahe, daß die weitere Annäherung bey noch fernerer Verminderung des Werths von δ auf die Verminderung der Last gar keinen merklichen Einfluß mehr hat; es würde also ohne Nutzen seyn, α größer zu nehmen, als der Werth $\delta = \frac{1}{10} . b$ solches gibt, und da man gegentheils von sehr weiten Saugröhren allerley bekannte Ungemächlichkeiten in der Ausübung hat, so kann man mit dem Werth von α, wie ihn $\delta = \frac{1}{10} b$ gibt, sicher zufrieden seyn. Auf solche Art ergibt sich

$$\alpha = \frac{2,56 . b . (A + p) . W}{t^2 . [p + H - (a + h)] - 2,56 . b . B}$$

Gäbe diese Formel in der Anwendung einen Werth für α, der für die Ausübung wegen anderer Umstände zu groß wäre, so müßte man ihm doch so nahe bleiben, als es diese Umstände erlauben.

§. 223.

Bey Beobachtung dieser Formel kann man also (§. 220.)

$$K = 1 + \frac{0,256 . b}{t^2} . \left(1 + \frac{z . (W - \varphi)^2}{W . \varphi}\right)$$

setzen. Die wirklich erfoderliche Kraft übertrift diesen Werth unmerklich, wenn die Weite der Saugröhre nach der Formel §. 222. bestimmt wird, überhaupt aber desto weniger, je näher die Weite der Saugröhre dem durch die Formel §. 222. bestimmten Werth kommt.

§. 224.

Da nun der Werth von K desto kleiner wird, je gröfser t und φ und je kleiner z ist, so folgt:

Zur

Zur vollkommenen Einrichtung eines Saugwerks gehört:

1) Die Zeit eines Kolbenspiels etwas groß zu nehmen.

2) Die Weite der Saugröhre, wo möglich, nicht kleiner, als ihn die Formel §. 222. gibt, zu machen.

3) Die Oefnung im Kolben groß genug,

4) Den Durchgang durch den Kolben kurz genug zu machen.

Nur wegen der 3ten und 4ten Regel merke ich wiederum an, daß man in Befolgung der Theorie nicht zu strenge seyn, sondern den Nutzen davon mit andern daher in der Ausübung entstehenden Ungemächlichkeiten erst prüfen müsse. Es sey z. B. $\varphi = \frac{1}{27} . W$, und $z = b$, also beydes äußerst unregelmäßig angenommen, so wird

$$\frac{0,256 . b}{t^2} \cdot \frac{z . (W-\varphi)^2}{W . \varphi} \text{ beynahe} =$$

$$\frac{0,256 . b^2}{t^2} \cdot \frac{W^2}{W . \varphi} = \frac{0,256 . b^2 . W}{t^2 . \frac{1}{27} . W}$$

$$= \frac{6,4 . b^2}{t^2}$$

Nun ist gewiß in den allermeisten Fällen $\frac{6,4}{t^2} < \frac{1}{10}$, also $\frac{0,256 . b}{t^2} \cdot \frac{z . (W-\varphi)^2}{W . \varphi}$ dennoch bey dieser höchst unvollkommenen Einrichtung $< \frac{1}{10} b^2$; Man hat also nicht nöthig, sehr kleine Werthe für z und sehr große für φ zu nehmen, und dadurch dem Kolben die nöthige

Stärke

Stärke zu nehmen oder dem Kolbenventil das schnelle Zufallen zu behindern. Nimmt man z nicht $> \frac{1}{2}$ Fuß und φ nicht $< \frac{1}{20} W$, so wird in keinem Fall die Kraft §. 223. dadurch merklich vergrößert. Inzwischen ist es bey gemeinen Brunnenmeistern nichts ungewöhnliches, daß sie z. B. einem 12zölligen Kolben nur eine 2zöllige Oefnung geben, da dann φ nur $= \frac{1}{36} . W$ wird. In solchen Fällen dient die Formel §. 223. den Schaden, welchen die Kraft dadurch leidet, zu bestimmen und die nöthige Abänderung anzugeben.

§. 225.

Sezt man nun wie §. 182. nur ε statt des dortigen δ gebraucht, und β statt w gesezt,

$$A = \frac{3{,}14 . b . W . \left(1 + \frac{0{,}256 . b}{t^2} . \left(1 + \frac{z . (W-\varphi)^2}{W . \varphi}\right)\right)}{(1 - \varepsilon) . t . [2r - (u + \gamma)]}$$

so hat man die Fundamentalformel zur Berechnung der Saugwerke in Verbindung mit oberschlächtigen Wasserrädern. Und den in §. 188. gefundenen Werth von x statt u gebraucht, gibt die Formel für mittelschlächtige Räder.

§. 226.

In dieser Formel ist $\frac{(W-\varphi)^2}{W\varphi} = \frac{W^2 - 2W\varphi + \varphi^2}{W\varphi}$

$= \frac{W}{\varphi} - 2 + \frac{\varphi}{W}$. Weil nun dieser Ausdruck hier alsdenn erst in Betrachtung kommt, wenn $\frac{W}{\varphi}$ schon eine groß Zahl ist, für diesen Fall aber $\frac{\varphi}{W}$ ohne merkli-

chen

chen Einfluß auf das Resultat der Rechnung weggelassen werden kann, so kann man in voriger Formel $\frac{W}{\varphi} - 2$ statt $\frac{(W-\varphi)^2}{W\varphi}$ schreiben. Das gibt

$$A = \frac{3{,}14.b.l.W + \frac{0{,}256.b.3{,}14.b.W}{t^2}.\left(1+\left(\frac{W}{\varphi}-2\right).z\right)}{(1-\varepsilon)\,t.[2r-(u+\gamma)]}$$

also

$$A.(1-\varepsilon).t.[2r-(u+\gamma)] = 3{,}14.b.l.W + \left(\frac{0{,}256.3{,}14.b^2}{t^2}\right).(1-2z).W + \frac{0{,}256.3{,}14.b^2}{t^2\varphi}.W^2$$

$$= \left(3{,}14.b.l + \frac{0{,}8.b^2.(1-2z)}{t^2}\right).W + \frac{0{,}8}{t^2\varphi}.W^2$$

Diese Gleichung will ich kurz so ausdrucken

$$\mathfrak{A} = \mathfrak{B}.W + \mathfrak{C}.W^2$$

so ist $$W^2 + \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{C}}.W = \frac{\mathfrak{A}}{\mathfrak{C}}$$

also $$W + \frac{\mathfrak{B}}{2\mathfrak{C}} = \sqrt{\left(\frac{\mathfrak{A}}{\mathfrak{C}} + \frac{\mathfrak{B}^2}{4\mathfrak{C}^2}\right)}$$

und $$W = -\frac{\mathfrak{B}}{2\mathfrak{C}} + \sqrt{\left(\frac{\mathfrak{A}}{\mathfrak{C}} + \frac{\mathfrak{B}^2}{4\mathfrak{C}^2}\right)}$$

§. 227.

Bey der Anlage eines Saugwerks bestimmt man nun zuerst den Werth von W durch diese Formel, und sodann den Werth von α aus §. 222.

§. 228.

§. 228.

Die in der Zeit T aufzufördernde Wassermenge ist für jeden Stiefel des doppelten Saugwerks

$$= \frac{T \cdot b \cdot W}{t}, \text{ also für die beyden Stiefel}$$

$$= \frac{2\,T \cdot b \cdot W}{t}$$

$$= \frac{2\,T \cdot b}{t} \cdot \left(- \frac{\mathfrak{B}}{2\mathfrak{C}} + \sqrt{\left(\frac{\mathfrak{A}}{\mathfrak{C}} + \frac{\mathfrak{B}^2}{4\mathfrak{C}^2} \right)} \right)$$

Neuntes Kapitel.

Theorie vereinbarter Saug- und Druckwerke.

Noch hole hier zuerst noch etwas, das die Saugwerke betrift, nach.

§. 229.

Es sey ein vereinbartes Saug- und Druckwerk auf folgende Art eingerichtet:

γ δ Tab. III. Fig. 4. sey eine starke Röhre, in deren obere Oefnung der Stiefel α β, in die untere aber die Saugröhre B eingetrieben sey; bey ε sey eine Seitenröhre angebracht, die bey ζ ein Ventil habe. Des Kolbens Grundfläche sey beym höchsten Stand in AF, beym tiefsten in CD, also der Kolbenhub = AC. Die Saugröhre steht bis an YZ im Wasser und hat ihr Ventil bey η.

Der bey dem tiefsten Kolbenstand außer der Saugröhre mit Luft angefüllte Raum d. i. der schädliche

Raum

Raum liegt zwischen den beyden Ventilen η, ζ, und der Fläche CD.

§. 230.

Nun sey die Höhe von YZ bis an AF = a
" " " YZ bis an η = b
" der körperliche Inhalt des schädlichen Raums = K^3
" die Höhe des Kolbenhubs AC = c
" die Höhe der Wassersäule, der die Federkraft der freyen Luft das Gleichgewicht hält = h
" der Querschnitt des Stiefels = m^2
" " " der Saugröhre = n^2
" Die Höhe ZX, zu welcher das Wasser beym ersten Kolbenzug in der Steigröhre steigt = x

So läßt sich folgendes annehmen:

Die anfängliche Federkraft der Luft zwischen YZ und CD verhält sich zu der nach geschehenem Kolbenhub, wie der Raum, welchen die Luft nach geschehenem Kolbenhub ausfüllt, zu dem Raum, den sie vor dem Kolbenhub ausfüllte d. i.

$$h:(h-x)=[m^2.c+K^3+n^2.(b-x)]:[n^2.b+K^3]$$

§. 231.

Hieraus findet sich

$$x=\tfrac{1}{2}\left(\frac{m^2.c+K^3}{n^2}+b+h\right)-\sqrt{\left[\tfrac{1}{4}\left(\frac{m^2.c+K^3}{n^2}+b+h\right)^2-\frac{m^2.c.h}{n^2}\right]}$$

welches

welches also die Höhe ist, zu der das Wasser nach dem ersten Kolbenhub in der Saugröhre steigt.

§. 232.

Während dem Hub bleibt das Ventil η offen, das ζ aber verschlossen, indem es von der äussern Atmosphäre angedruckt wird.

§. 233.

Indem nun der Kolben zu steigen aufhört und wieder rückwärts zu gehen anfangen will, fällt das Ventil η wieder zu, und das ζ wird durch den atmosphärischen Druck so lange angedruckt, bis der Kolben beym Niedergang die verschlossene Luft so stark zusammen gepreßt hat, daß ihre Federkraft stärker zu werden anfängt, als die Federkraft der äußern an das Ventil ζ druckenden atmosphärischen Luft.

§. 234.

Wenn also dieses z. B. erfolgt, wenn der Kolben wieder bis M zurückgegangen ist, daß also alsdann die zwischen M, ζ und η verschlossene Luft mit der äußern gleiche Dichtigkeit hat, so muß bey fernerm Niedergang des Kolbens durch den noch übrigen Theil des Kolbenhubs M C das Ventil ζ aufgestoßen werden, und während dem fernern Niedergang eröfnet bleiben, so daß die innere Luft unter dem Kolben nun nicht stärker zusammen gepreßt werden kann, als die äußere, weil sie freyen Durchgang durch ζ erhält.

§. 235.

Wenn also der Kolben seinen ganzen Schub bis CD vollendet hat, so ist der schädliche Raum mit Luft von natürlicher Dichtigkeit angefüllt.

§. 236.

Aber die in der Saugröhre während diesem Schub verschlossen gebliebene Luft hat nur noch die Dichtigkeit oder Federkraft $h - x$, die man Kürze halber h' nennen kann.

§. 237.

Gleich beym Anfang des zweeten Kolbenhubs fängt die Luft unter dem Kolben an, sich wieder durch einen größern Raum auszubreiten, weil der Kolben wieder aufwärts steigt. Die natürliche Federkraft der Luft im schädlichen Raum wird also wieder verschwächt, und daher das Ventil ζ wieder von der äußern natürlichen Luft stärker angedruckt.

§. 238.

Während diesem zweeten Hub kann die in der Saugröhre verschlossen gebliebene Luft das Ventil η nicht eher aufstoßen, als bis die im schädlichen Raum befindliche Luft durch den Kolbenaufgang dünner geworden, als die in der Saugröhre, d. i. nicht eher, als bis die Federkraft der Luft im schädlichen Raum kleiner als h' zu werden anfängt.

§. 239.

Dieses erfolge z. B. wenn der Kolben wieder bis L gestiegen ist, so muß der ganze zwischen ζ, η und L liegende Raum

$$= \frac{h}{h'} \cdot K^2$$

seyn.

§. 240.

Nun sey die zwote Höhe XW, zu der das Wasser beym zweeten Hub in der Saugröhre weiter aufwärts steigt,

steigt, $= y$, und $b - x = \beta$, so hat man wieder wie §. 230.

$$[m^2.c + K^3 + n^2(\beta - y)] : \left(n^2.\beta + \frac{h}{h'}.K^3 \right) = h' : [h' - y]$$

Also

$$y^2 - \left(\frac{m^2 c + K^3}{n^2} + \beta + h' \right).y = \frac{h - h'}{n^2}.K^3 - \frac{m^2 c h'}{n^2}$$

Und

$$y = \tfrac{1}{2}\left(\frac{m^2 c + K^3}{n^2} + \beta + h' \right)$$
$$- \sqrt{\left(\tfrac{1}{4}\left(\frac{m^2 c + K^3}{n^2} + \beta + h' \right)^2 + \frac{h - h'}{n^2}.K^3 - \frac{m^2 c h}{n^2} \right)}$$

§. 241.

Wenn also nach jedem vollendeten Kolbenschub oder Kolbenniedergang β die Höhe des in der Saugröhre noch mit Luft angefüllten Raums und h' die Dichtigkeit dieser zurückgebliebenen Luft bedeutet, so gibt die Formel für y (§. 240.) dasjenige Stück, um welches das Wasser in der Saugröhre beym folgenden Kolbenhub weiter in die Höhe steigt.

§. 242.

Auf solche Art dient also die Formel §. 240. die Höhe zu berechnen, auf welche das Wasser in der Saugröhre bey einer gegebenen Anzahl Hübe aufwärts steigt.

§. 243.

Dergleichen Untersuchungen findet man bey H. H. Karsten Lehrbegr. V. B. XVII. Abschn. Daraus folgt, wie man a. a. O. S. 455. findet, noch folgendes.

§. 244.

Wenn des Stiefels Querschnitt m^2 heißt, und nun der kubische Inhalt des schädlichen Raums $= f.m^2$ ist, so ist

entweder $\frac{c+h}{c+f} < c + f$

oder $\frac{c+h}{c+f}$ nicht $< c + f$

Im ersten Fall muß $b < (2\sqrt{ch}) - (c+f)$

im andern = $b < \frac{ch}{c+f}$

seyn, dafern die Saugröhre kurz genug seyn soll, um das Wasser bis zum Kolbenventil eines Saugwerks zu saugen, oder den vollen Hub zu erhalten.

§. 245.

Allein beym vereinbarten Saug- und Druckwerk befindet sich das obere Ventil nicht im Kolben, sondern unter demselben wie ζ, daher es sich dabey anders verhält. Diese von Andern nicht angestellte Untersuchung verdient daher hier noch eine Stelle.

§. 246.

Ist z. B. das Wasser bis bey μ, dem untern Rand des Seitenstücks gestiegen, indem der Kolben am tiefsten steht, so ist der Raum von μ bis CD mit natürlicher Luft angefüllt. Wenn nun der Kolben wieder aufwärts geht, so kann ich, wenn nicht die Proportion der Röhren äußerst schlecht genommen ist, annehmen, daß während diesem Hub das Wasser sicher über den obern Rand der Oefnung ε hinaufsteigt z. B. bis ν. Die Hö-

he

he $\mu\nu$ soll ρ heißen. Beym folgenden Rückgang des Kolbens wird nun die zwischen ν und AF befindliche Luft zusammen gedruckt, und sobald solche die Federkraft $h - \rho$ erlangt hat, fängt das Ventil ζ an, sich zu eröfnen, und so viel noch vom Kolbenschub übrig ist, so viel Wasser wird nun von dem unter ν stehenden durch die Oefnung ε gepreßt. Die zwischen μ und CD zuvor stehen gebliebene natürliche Luft kann bey diesem Schub nicht wohl mehr befreyen, wenigstens muß man zur Sicherheit der darüber anzustellenden Berechnung auf keine weitere Befreyung von Luft zählen, sondern diesen Ueberbleibsel von Luft annehmen. Wenn nun der Querschnitt dieses Luftraums z^2 und die Höhe von μ bis CD γ heißt, so ist diese Luftmasse

$$= \gamma \cdot z^2$$

§. 247.

Wegen dieser verschlossenen Luft kann nun beym folgenden Kolbenhub das Wasser nicht bis an den Kolben bey A nachsteigen, sondern es muß irgendwo darunter z. B. bey M stehen bleiben, da ich dann die Höhe $MA = P$ setzen will; die ganze Höhe von Z bis A soll a heißen und von z bis $M = x$ seyn. So ist also

$$P = a - x$$

§. 248.

Demnach muß

$$x + \frac{\gamma \cdot z^2}{P \cdot m^2} \cdot h = h$$

seyn;

Oder $$x + \frac{\gamma \cdot z^2}{(a-x) \cdot m^2} \cdot h = h$$

Also

$$a\,x - x^2 + \frac{\gamma \cdot z^2}{m^2} \cdot h = a\,h - h\,x$$

Und

$$x^2 - (a+h) \cdot x = \left(\frac{\gamma \cdot z^2}{m^2} - a\right) \cdot h$$

mithin

$$x = \tfrac{1}{2}(a+h) \pm \sqrt{\left(\tfrac{1}{4}(a+h)^2 + \left(\frac{\gamma \cdot z^2}{m^2} - a\right) \cdot h\right)}$$

wo das verneinte Zeichen zu gebrauchen ist.

§. 249.

Ex. Es sey

$$a = 20$$
$$h = 32$$
$$\gamma = 2$$
$$\frac{z^2}{m^2} = 0{,}1$$

so gibt die Formel

$$x = \tfrac{1}{2}(20+32) - \sqrt{[\tfrac{1}{4}(20+32)^2 + (2.0{,}1 - 20).32]}$$
$$= 26 - \sqrt{(676 - 633{,}6)}$$
$$= 26 - \sqrt{42{,}4}$$
$$= 26 - 6{,}5 = 19{,}5 \text{ Fuß.}$$

Das Wasser bleibt also noch $a - x$ oder $\frac{1}{2}$ Fuß unter dem Kolben stehen, und dieser $\frac{1}{2}$ Fuß hohe Raum des Stiefels ist mit Luft angefüllt, deren Federkraft

$= h - x = 32 - 19{,}5 = 12{,}5$ Fuß ist.

§. 250.

§. 250.

Diese Luftmasse kann also, dafern der Kolben vollkommen anschließt, nicht weggeschafft werden. Wenn inzwischen der Kolben nunmehr wieder niederschiebt, so wird diese verschlossene Luft zusammen gepreßt und dadurch ihre Federkraft so weit verstärkt, bis sie dem Gegendruck des in der Steigröhre befindlichen Wassers mit dem darauf wirkenden atmosphärischen Druck gleich ist.

§. 251.

Der gesammte am Ende von §. 250. erwähnte Gegendruck ist, wenn die Höhe der entgegendruckenden Wassersäule n . h heißt, $= (n + 1) . h$. Ist also die Höhe des Stiefelraums, in welchen die zurückgebliebene Luft zusammen gepreßt wird, $= p$, so ist vermög §. 250. nach dem Mariottischen Gesetz der Federkraft der Luft

$$p = \frac{a - x}{(n+1) . \frac{h}{h-x}} = \frac{(a-x).(h-x)}{(n+1).h}$$

§. 252.

Nun ist bey Druckwerken

$$n . h = q + \frac{\varphi}{\psi}$$

wo q die vertikale Höhe der Steigröhre und $\frac{\varphi}{\psi}$ einen Bruch bedeutet, dessen Werth ich hier als bekannt voraussetze; man hat also

$$n = \frac{q + \frac{\varphi}{\psi}}{h}$$

demnach $$p = \frac{(a-x).(h-x)}{\left[1+\frac{q+\frac{\varphi}{\psi}}{h}\right].h}$$

Oder $$p = \frac{h.(a-x).(h-x)}{\left(h+q+\frac{\varphi}{\psi}\right).h}$$

§. 253.

Wenn also der Kolben niedergeht, und dabey vollkommen an die Stiefelwand anschließt, so muß er um die Tiefe $(a-x)-p$ niedersinken, bevor er das Wasser in die Steigröhre treibt; der übrige Theil des Schubs gibt alsdann den Wasserausguß, dessen Höhe in der Weite des Stiefels

also $= c-[(a-x)-p]$

d. i. $= c+p+x-a$

oder $$= c+x-a+\frac{h.(a-x).(h-x)}{\left(h+q+\frac{\varphi}{\psi}\right).h}$$

ist.

§. 254.

Die bey jedem Niedergang des Kolbens ausgegossene Wassermenge ist also

$$= \left[c+x-a+\frac{h.(a-x).(h-x)}{\left(h+q+\frac{\varphi}{\psi}\right).h}\right].m^2$$

§. 255.

Hieraus erhellet, daß der Wasserausguß bey übrigens gleichen Abmessungen desto geringer ausfällt, je

größer

größer $q + \frac{\varphi}{\psi}$ d. i. je größer die Last ist, die der Kolben zu wältigen hat. Wenn demnach das Wasser erst in die Steigröhre zu steigen anfängt, so treibt jeder folgende Kolbenschub immer etwas weniger Wasser in die Steigröhre als der nächstvorhergehende.

§. 256.

Ex. Es sey $c = 2,5$ Fuß, $m^2 = 0,8$ Quadr. Fuß; die Weite der Steigröhre $= 0,5$ Quadr. Fuß, ihre vertikale Höhe $= 220$ Fuß, ihre schiefe Länge $= 450$ Fuß, die Zeit eines Kolbenspiels $= 25$ Sekunden. So ist

$$q = 220$$

$$\frac{\varphi}{\psi} = \frac{0,256 \cdot 0,8 \cdot 2,5 \cdot 450}{0,5 \cdot 625}$$

die übrigen Stücke sollen wie §. 249. bleiben, so ist die Wassermenge, welche jeder Kolbenschub zur obern Steigröhrenmündung ausstößt

$$= 0,8 \cdot \left\{ 2,5 + 19,5 - 20 + \frac{32 \cdot 0,5 \cdot 12,5}{32 \cdot \left(32 + 220 + \frac{0,256 \cdot 0,8 \cdot 2,5 \cdot 450}{0,5 \cdot 625}\right)} \right\}$$

$$= 0,8 \cdot 2,0247 \text{ Kubik-Fuß.}$$

Es schiebt also der Kolben, dessen ganzer Schub eigentlich $2\frac{1}{2}$ Fuß beträgt, das unter ihm befindliche Wasser nur auf eine Tiefe von noch nicht völlig $2\frac{1}{40}$ Fuß unter sich weg, oder man verliert wegen der zurückgeblie-

benen Luft noch etwas sehr weniges mehr als $\frac{12}{40}$ Fuß von jedem Kolbenschub bey der ausgegossenen Wassermenge.

§. 257.

Bey Betreibung eines vereinbarten Saug- und Druckwerks bleiben die Werthe von b, W und t beym Druck- wie beym Saugwerk; weil aber die andern Buchstaben beym Druck- ganz andere Werthe als bey dem damit vereinten Saugwerk haben können, so will ich die ähnlichen Buchstaben beym Druckwerk zu Verhütung sonstiger Verwirrung oben mit einem Strichlein bezeichnen, also l', w' statt l, w setzen.

§. 258.

Beym vereinbarten Saug- und Druckwerk rechnet man die Höhe, zu der das Wasser gesogen wird, vom Wasserspiegel im Behälter bis zum mittlern Kolbenstand, welches also den Werth von l für das Saugwerk bestimmt. Die Höhe vom mittlern Kolbenstand bis zur Ausgußöffnung der Steigröhre gibt den Werth von l' für das Druckwerk.

§. 259.

Bey einem vereinbarten Saug- und Druckwerk ist also die gesammte erfoderliche Kraft (§. 166; 220.)

$$= P + W.K = \left[\left(l' + \frac{0{,}256 . b . W . \lambda}{w' . t^2}\right) + 1 + \frac{0{,}256 . b}{t^2} . \left(1 + \frac{z . (W-\varphi)^2}{W . \varphi}\right)\right] . W$$

§. 260.

Man hat also in Verbindung mit einem oberschlächtigen Rad wie §. 182.

A =

$$A = \frac{3{,}14 \cdot b \cdot W \cdot \left[\left(1' + \frac{0{,}256 \cdot b \cdot W \cdot \lambda}{w' \cdot t^2}\right) + 1 + \frac{0{,}256 \cdot b}{t^2} \cdot \left(1 + \frac{z \cdot (W-\Phi)^2}{W \cdot \Phi}\right)\right]}{(1-\delta) \cdot t \cdot [2r - (u+\nu)]}$$

Oder

$$A = \frac{3{,}14 \cdot b \cdot W \left[1' + 1 + \left(\frac{\lambda \cdot W}{w'} + 1 + \frac{z \cdot (W-\Phi)^2}{W \cdot \Phi}\right) \cdot \frac{0{,}256 \cdot b}{t^2}\right]}{(1-\delta) \cdot t \cdot [2r - (u+\nu)]}$$

woraus sich nun leicht W finden läßt, wenn man wie §. 226. verfährt.

§. 261.

Für mittelschlächtige Räder sezt man nur den in §. 188. gefundenen allgemeinen Werth von x statt u in diese Formel.

Zehen-

Zehentes Kapitel.

Untersuchung über die Einrichtung und Verbesserung der Wassersäulenmaschinen.

§. 262.

Wenn eine Röhre BAD (Fig. 1. Tab. II.) unten mit einem Kolben ef verschlossen, und nun die ganze Röhre BA bis an die untere Fläche des Kolbens ef mit Wasser angefüllt ist, so ist es ein bekannter Hydrostatischer Lehrsatz, daß die Wassersäule BAF den Kolben ef mit einer Gewalt oberwärts druckt, die dem Gewicht einer Wassersäule gleicht, deren Grundfläche der Grundfläche des Kolbens, und deren Höhe der vertikalen Erhöhung der obersten Wasserfläche B über der Grundfläche des Kolbens ef gleich ist. Die Erinnerung an diesen Lehrsatz, vermög dessen der Kolben ef durch eine hohe Wassersäule AB ungemein stark aufwärts gepreßt wird, hat zu der Erfindung der Wassersäulenmaschinen Anlaß gegeben.

§. 263.

Wenn der Widerstand des Kolbens geringer ist, als besagtes Gewicht, so erhält die Wassersäule nothwendig die Ueberwucht, und der Kolben muß also wirklich aufwärts gehen. Wenn man sich also die Kolbenstange GH mit Pumpenstangen so verbunden gedenkt, daß beym Aufsteigen des Treibkolbens ef andere Pumpenkol-

penkolben in die erfoderliche Bewegung gesezt werden, so hat es offenbar nicht die geringste Schwierigkeit, einen starken Pumpenhub hierdurch hervor zu bringen.

§. 264.

Mehr Schwierigkeit aber hat es, diese Bewegung beständig fortzusetzen, so daß die Pumpenhübe beständig wiederhohlt werden können. Wenn nämlich der Treibkolben e f seinen ganzen Weg z. B. bis c d durchloffen hat, so ist es bey der nur gedachten Einrichtung nicht möglich, daß der Treibkolben e f wieder bis an seine erste Stelle F zurücktrete, um alsdann durch die Wassersäule B A F wieder aufs neue bis an c d in die Höhe getrieben zu werden, und auf solche Art immer wieder die vorigen Pumpenhübe zu wiederhohlen; denn offenbar verhindert das dem aufsteigenden Kolben immer nachfolgende Wasser den Rückgang des Treibkolbens.

§. 265.

Um also die Wassersäule B A, die ihren beständigen Zufluß aus dem Behälter M erhält, zur beständigen Betreibung des Treibkolbens e f benutzen zu können, d. i. um eine Maschine zu erhalten, müßte man unten bey a b etwa einen Hahn anbringen, der so beschaffen wäre, daß er bey seiner mittlern Stellung dem Wasser B A den freyen Durchgang nach F ließe, hingegen bey seiner Umdrehung dem Wasser B A den Zutritt nach F verschlösse und in dieser Stellung dem Wasser unter dem Kolben den Abfluß durch a b verstattete. So oft nun der Treibkolben bis an c d hinaufgetrieben wäre, könnte man den erwähnten Hahn durch einen Arbeiter nach der Richtung drehen lassen, wobey das Wasser unter dem Kolben durch

a b

a b abfließen müßte, da dann entweder das beträchtliche Gewicht derer mit in die Höhe gezogenen Pumpenstangen oder sonst ein angebrachtes Gewicht den Kolben e f von selbsten wieder niedertreiben müßte.

§. 266.

Inzwischen wäre es noch immer eine Unvollkommenheit dieser Maschine, daß man zu ihrer Betreibung wegen der erfoderlichen Umdrehung des Hahns einen besondern Arbeiter nöthig hätte; und es war daher nöthig, auf eine Einrichtung zu denken, wobey die Umdrehung des Hahns durch die Maschine selbst verrichtet, folglich der sonst erfoderliche Arbeiter erspart würde. Die dazu nöthige Einrichtung heißt die Steurung der Maschine.

§. 267.

Es blieb also zur gehörigen Einrichtung der Maschine nur noch die Frage übrig, wie ihre Steurung ordentlich einzurichten wäre? Diesem hat Herr Oberkunstmeister Höll ein völliges Genüge geleistet, indem er schon im Jahr 1749. in Schemnitz im Leopoldischacht eine dergleichen Wassersäulenmaschine erbaut hat, welche so nüzlich befunden worden ist, daß nachher in Schemnitz und Windschacht noch mehrere erbaut und ihre Anzahl schon auf 8 gestiegen ist, und um ihres Nutzens willen die übrigen Wasserhebungskünste, Feuermaschinen ausgenommen, abgeschafft worden sind. Die Feuermaschinen sind nämlich für Nothfälle, wenn es an hinlänglichem Aufschlagwasser fehlen sollte, beybehalten worden.

§. 268.

Herr Delius hat in seiner Bergbaukunst S. 380. u. f. auch die Wassersäulenmaschinen beschrieben,

und

und dabey die im Sigismundischacht vor Augen gehabt. Ich werde daher solche hier nicht vor Augen haben, sondern diejenige vornehmen, welche sich in Schemniz im Leopoldischacht befindet.

§. 269.

Unsere Wassersäulenmaschine besteht also aus diesen drey wesentlichen Stücken:

1tens Der Einfallröhre.
2tens Dem Kolbenrohr oder Stiefel.
3tens Der Steurung.

Ich will nun jeden Theil etwas näher beschreiben.

§. 270.

Fig. 1. Tab. I. stellt das vordere Ansehen der Maschine vor, so wie solche eben im Spiel begriffen und den Treibkolben schon um die Hälfte in die Höhe gehoben hat.

Tab. II. Fig. 2 und 3. zeigt das Ansehen der Maschine, wie sie sich, wenn sie frey stünde, und von oben betrachtet würde, den Augen darstellt.

§. 271.

Das erste wesentliche Stück unserer Wassersäulenmaschine ist also die Einfallröhre A (Tab. I.). Diese ist aus lauter 6 bis 8 Fuß langen einzelen aus Eisen gegossenen Röhrenstücken zusammen gesezt.

Die bey den Steigröhren der Druckwerke gewöhnliche Zusammensetzung der einzelen Röhrenstücke geschieht bekanntlich dadurch, daß man um die Mündungen dieser Röhrenstücke einen breiten Rand von Eisen, sogenannte

nannte Lappen, worin einige Löcher gelassen werden, mit angiessen läßt, da dann die Röhrenstücke mit diesen Lappen an einander gestoßen und fest zusammen geschroben werden. Damit aber das Wasser nicht zwischen den Lappen durchdringen könne, so sezt man die Lappen nicht unmittelbar an einander, sondern legt jedesmal einen Ring aus gutem Sohlenleder, der die Gestalt des Lappens hat, dazwischen, und preßt alsdann erst die Röhrenstücke an ihren Lappen, mittelst derer durch die Lappenlöcher durchgesteckten starken Schrauben, so fest als möglich zusammen.

§. 272.

Aber diese Methode der Zusammenfügung ist bey den Niederungarischen Wassersäulenmaschinen nicht gebraucht worden, sondern man hat jedes einzele Röhrenstück, das hier keine Lappen hat, in ein kurzes Röhrenstück von Holz eingetrieben, so daß allemal zwey eiserne Röhrenstücke in ein dergleichen hölzernes Röhrenstück eingetrieben und auf solche Art die ganze Einfallröhre A mittelst der einzelen hölzernen Röhrenstücke a zusammen gesezt ist. Die hölzernen Röhrenstücke müssen, damit sie die gehörige Festigkeit haben, von gutem Buchen- allenfalls auch von Eichenholz genommen und mit drey oder vier starken Reifen gebunden werden.

Ich halte diese Verbindung für weit besser als die mit Lappen, weil fürs erste die Haltbarkeit der eisernen Röhren durch diese Verbindung noch verstärkt und fürs andere zur Winterszeit die Gefahr, daß die zusammen geschrobenen Lappen durch heftigen Frost von den einzelen Röhrenstücken losgerissen werden können, wovon mir Beyspiele bekannt sind, vermieden wird.

§. 273.

§. 273.

Diese Einfallröhre greift mit ihrer obern Mündung in einen Behälter, in welchem das zu dieser Maschine bestimmte Aufschlagwasser zusammen geleitet wird. Unten bey K wird ein Hahn angebracht, welchen der Kunstwärter, wenn die Maschine ganz feyren soll, verschließt. Dieses ist also nicht der zur Steurung gehörige Hahn, wovon erst in der Folge geredet wird.

§. 274.

Obgleich in unserer Zeichnung die Einfallröhre senkrecht steht, so ist doch die senkrechte Lage keineswegs nothwendig, sondern gar wohl verstattet, die Einfallröhre schief zu führen. Inzwischen würde es, wem der natürliche Ort des Aufschlagwassers von der Vertikallinie, in welcher das Kolbenrohr aufgestellt werden soll, weit entfernt ist, allemal räthlicher seyn, das Aufschlagwasser oben in der Höhe fort bis nahe zu gedachter Vertikallinie in ein daselbst angelegtes Behältniß hinzuleiten und von da die Einfallröhre vertikal herabgehen zu lassen. Denn man erhält hierdurch nicht nur den Vortheil, daß man zu der vertikalen Leitung der Einfallröhre weniger eiserne Röhren nöthig hat, als zur schiefen, sondern die Wassersäule kann auch eine desto größere Last wältigen, je senkrechter sie geführt wird. (s. §. 284.)

§. 275.

Die Höhe der Einfallröhre hängt von der Höhe des Gefälles ab, und hält daher bey den Ungarischen nach den verschiedenen Schächten 34, 35, 40, 44 bis 51 Klafter. Bey der Wassersäulenmaschine Tab. I. beträgt die Höhe der Einfallröhre 44 Klafter. Ihr Durchmesser beträgt 6 Zoll.

§. 276.

Das zweyte wesentliche Stück unserer Maschine ist das Kolbenrohr B. Seine Höhe ist verschieden und bey dem Schemnitzer von 6 bis $8\frac{1}{2}$ Fuß. Verlangt man nur einen niedrigen Hub, so darf auch das Kolbenrohr niedrig seyn, aber desto höher, je höher der Hub seyn soll. Bey unserer Maschine Tab. I. ist der Hub 6 Fuß hoch. Seine Weite hängt von der Zeit ab, worin ein ganzer Hub geschehen soll. Die Theorie hiervon kommt weiter unten §. 291. vor. Bey unserer Maschine Tab. I. ist der Durchmesser 13 Zoll. Das Kolbenrohr besteht dabey aus Metall, das hier etwa $\frac{5}{4}$ Zoll dick ist.

Zur Leitung des Wassers aus der Einfallröhre in das Kolbenrohr wird von dem untern Ende der Fallröhre bis zum Kolbenrohr eine Kommunikationsröhre geführt.

§. 277.

Mit der Stange des Treibkolbens sind nun zugleich die Schacht- und Pumpenstangen verbunden, welche beym Aufgehen des Treibkolbens die Pumpenkolben in den Sätzen N mit aufwärts ziehen und auf solche Art das Grubenwasser bis zur Ausgußröhre Z heben.

§. 278.

Da die Grubenwasser öfters 40, 50 und mehrere Klafter, hier bey unserer Maschine aber 46 Klafter hoch gehoben werden müssen, so fällt in die Augen, daß die dabey mit aufwärts gehenden Schacht- und Pumpenstangen ein Gewicht von vielen Centnern betragen müssen, so daß solches, zumal wegen des vielen damit verbundenen Eisens, sehr wohl dem Gewicht der im Fallrohr drucken-

druckenden Wassersäule gleich kommen, ja solches noch übertreffen könnte. Die Maschine würde also, wenn es hierbey bliebe, entweder gar keine oder doch nur sehr geringe Wasserlast zu erheben vermögend seyn.

Dieserwegen ist eine Einrichtung nöthig, wodurch ein jenem Gewicht beynahe gleiches Gegenwicht angebracht wird. Ich sage beynahe, denn einiges Uebergewicht müssen hierbey sämmtliche Zugstangen zu dem Ende behalten, damit der Treibkolben sowohl als die Pumpenkolben in den Sätzen nach vollendetem Hub durch dieses Uebergewicht, wieder niederzugehen, genöthigt werden, welches sie sonsten bey völligem Gleichgewicht wegen ihrer nicht unbeträchtlichen Friktion nicht thun könnten.

§. 279.

Zu dieser Absicht wird, nicht hoch über dem Kolbenrohr, ein starker ungleichseitiger Wagbaum G, an dessen längerer Seite sich noch ein Gewichtkasten M befindet, mit einer Uhrkette, die der Riß zeigt, angebracht. Dieser Gewichtkasten wird alsdann so lange mit Gewichten beschwert, bis man bemerkt, daß der Treibkolben beym Niedergang die verlangte Geschwindigkeit hat, daß es also bey der Beladung des Gewichtkastens auf die verlangte Geschwindigkeit des Treibkolbens im Rückgang ankommt.

§. 280.

Da aber durch den Rückgang des Kolbens kein Wasser gehoben, also während solchem weiter nichts genuzt wird, so würde es sehr unräthlich seyn, solchen möglichst beschleunigen zu wollen. Denn da während solchem das Aufschlagwasser wegen des verschlossenen Hahns nicht un-

nuzt fortgeht, sondern in dem Wasserbehältniß oder e Einfallröhre aufbewahrt bleibt, so entgeht durch die igsamkeit des Niedergangs des Treibkolbens der Kraft chts. Gegentheils aber würde man von einem geschwinden Niedergang des Treibkolbens die nachtheilie Folge haben, daß, um diese Geschwindigkeit zu beirken, die Schachtstangen ein beträchtliches Uebergeicht gegen den beladenen Gewichtkasten M haben müßten; Die Kraft hätte also nachher beym Aufgang des Treibkolbens dieses große Uebergewicht mit zu heben, und würde daher um so viel verschwächt werden. Ich würde daher den Gewichtkasten wenigstens so weit beschweren lassen, bis ich sähe, daß der Treibkolben nicht geschwinder niederginge als er aufwärts geht.

Bey den Schemnitzer Maschinen und namentlich der hier vor Augen habenden, bringt der Treibkolben mit dem Aufgang etwa $5\frac{1}{2}$ und mit dem Niedergang etwa $3\frac{1}{2}$ Sekunden, also das ganze Kolbenspiel etwa 9 Sekunden zu, daher in einer Minute fast 7 Hübe geschehen.

§. 281.

Ich komme nunmehr zu dem dritten wesentlichen Stück der Wassersäulenmaschine, nämlich der Steurung, welches eigentlich die Höllsche Erfindung ist, wenn ich nicht überhaupt den bloßen Gedanken, die Kraft des Wassers auf solche Art zu benutzen, schon eine Erfindung nennen kann.

Es gehört hierzu 1) der Wendungshahn C, 2) die zur Drehung dieses Hahns erfoderlichen Theile der Maschine. Was ich den Hahn genennt habe, heißt bey dieser Maschine die Wendungspippe, und das Gehäus, worin sich der Hahn herumdreht, heißt das Pippenge-

pengehäus. Dieses Pippengehäus macht ein besonderes Stück der Kommunikationsröhre, wodurch die Fallröhre mit dem Kolbenrohr verbunden wird, aus. Dieses Wendungsgehäus muß fünf Mündungen, nämlich oben, unten und zu beyden Seiten, sodann auch auf der vordern bey der Zeichnung ins Gesicht fallenden Seite, also eigentlich nur einen doppelten sich kreuzweis durchschneidenden Röhrengang $\alpha\beta$ und $\delta\varepsilon$ sodann noch die erwähnte vordere horizontale Seitenöfnung haben.

Man läßt es aus einem Stück und zwar an den beyden Mündungen δ und ε auch, wenn man unten eine Abflußröhre F anschrauben will, bey β mit Lappen giessen, wie dann auch die angrenzenden Mündungen der Kommunikationsröhre und der Ausflußröhre F gleichfalls Lappen haben müssen, um das Pippengehäus überall anschrauben zu können.

Die Wendungspippe muß so beschaffen seyn, daß, wenn ihre Seitenöfnung nach dem Kolbenrohr oder nach δ zu gerichtet und dadurch dem im Kolben befindlichen Wasser der freye Ausfluß durch β verstattet ist, daß, sage ich, in dieser Lage die Pippe dem Wasser der Einfallröhre den fernern Zugang verschließt, und daß hingegen bey der umgekehrten Wendung der Pippe dem Wasser aus der Fallröhre wieder der freye Zutritt in das Kolbenrohr verstattet wird, ohne daß in diesem leztern Fall das Wasser durch die Pippenöfnung herauslaufen kann. Diese Absicht wird erreicht, wenn die Pippe ein massiver Zylinder ist, welcher genau in die durch das Pippengehäus gehende vertikale Oefnung paßt und von drey Seiten senkrecht auf die Axe durchbohrt ist. Diese Pippe, welche also drey Seitenöfnungen, nämlich zwo gegen ein-

ander über, und noch eine um 90° von jeder dieser beyden entfernte Seitenöfnung hat, muß so gerichtet seyn, daß, wenn ihre beyden gegen einander über liegende Seitenöfnungen nach δ und ε zu gestellt sind, alsdann ihre dritte Seitenöfnung nicht auch auf die dritte Seitenöfnung des Pippengehäuses, sondern auf die gegenüberstehende nicht durchbohrte Wand des Gehäuses, welche in der Zeichnung verdeckt ist, fällt. Unter dieser Stellung der Pippe hat das Wasser aus der Fallröhre offenbar keinen andern Ausweg als in das Kolbenrohr. Wird nunmehr die Pippe um 90° herumgedreht, so daß ihr undurchbohrtes Viertheil die nach m zustehende Oefnung des Pippengehäuses verschließt, so fällt alsdann eine Seitenöfnung nach δ zu, und eine nach der vordern ins Gesicht fallenden Oefnung des Pippengehäuses; die dritte aber nach der hintern undurchbohrten Wand des Gehäuses. Es kann also bey dieser Umdrehung das Wasser aus dem Kolbenrohr ungehindert in das Pippengehäus und von da ungehindert in die freye Luft oder in die angeschrobene Abflußröhre F hinströhmen. Von der Pippe und dem Pippengehäus ist mir keine Beschreibung mitgetheilt worden, ich weiß also nicht, ob diese beyde Stücke bey unserer abgezeichneten Wassersäulenmaschine wirklich die hier beschriebene Einrichtung haben. Offenbar geschieht aber doch auf diese Art der Absicht ein Genüge.

§. 282.

Nunmehr kommt es auf die Einrichtung an, wodurch diese Wendungspippe vermög der Kraft der Maschine selbsten gehörig hin und her gedrehet wird. Die Sache scheint ihre Schwierigkeit zu haben, weil auf solche Art der Gang der Maschine der einzige Grund von der Bewegung

wegung der Pippe, und hinwiederum die Bewegung der Pippe der Grund von dem Gang der Maschine seyn soll. Wollte man auch eine Art von schwachem Gestänge an der Kolbenstange anbringen und solches mit der Pippe so verbinden, daß bey dem Aufgang des Kolbens dieses kleine Gestänge die Pippe drehen müßte, so würde sich doch gleich die Schwierigkeit ergeben, daß gleich mit dem Anfang der Umdrehung, also noch während dem Aufgang des Kolbens, der Zutritt des Wassers aus der Fallröhre verengt und zugleich der Weg zum Ausfluß in die Abflußröhre eröfnet, folglich das aus der Fallröhre durch die schon verengte Oefnung noch fortlaufende Wasser nicht mehr in das Kolbenrohr ströhmen, sondern zu der allmählig erweiterten Oefnung des Pippengehäuses in die Abfallröhre herausfließen würde. Offenbar würde auf diese Art die Maschine sehr bald ins Stocken gerathen, und dieses würde überhaupt unvermeidlich seyn, wenn die Einrichtung so gemacht wäre, daß die Geschwindigkeit der sich umdrehenden Pippe mit der Geschwindigkeit des Treibkolbens in einer beständigen Verhältniß stünde, oder wenn die Bewegung der Pippe in keinem Zeittheilchen einen andern Grund ihrer Umdrehung hätte als die Bewegung des Kolbens. Es mußte daher an eine solche Einrichtung gedacht werden, wobey zwar der Anfang der Pippenbewegung durch den Aufgang des Kolbens verursacht würde, der nachherige Fortgang aber dieser Pippenbewegung nicht mehr von dem Steigen des Kolbens abhinge. Ich führe diese Umstände theils zu vorläufiger nähern Kenntniß unserer Maschine, theils aber auch deswegen hier an, damit des sehr geschickten Hrn. Hölls unverkennbares Verdienst nicht dadurch, daß er die völlig zweckmäßige Einrichtung der Steurung

bey dieser Maschine auf eine sehr leichte und ganz ungekünstelte Weise angegeben hat, herabgesezt werden möge. Die Höllsche Einrichtung ist nämlich folgende.

Mit der Kolbenstange ist ein hölzerner Arm D d, dessen Umdrehungsaxe in v liegt, so verbunden, daß er mit dem Auf- und Niedergehen des Treibkolbens gleichfalls auf- und niedergehoben wird. Bey v ist an diesem Arm ein eiserner Wagbalken e f in schiefer Richtung so befestigt, daß der Winkel e v D, den dieser Wagbalken mit dem hölzernen Arm macht, während des Auf- und Niederdrehens dieses Arms immer einerley bleibt; Dagegen erhellet, daß sich während dem Auf- und Niederdrehen des Arms v D die Lage des Wagbalkens e f gegen den Horizont nothwendig ändern müsse, so daß beym Aufsteigen des Kolbens, der Punkt f sinken, der Punkt e aber steigen müsse. An den beyden Enden des Wagbalkens e und f hängen eiserne Stangen, deren untere Enden mit Ketten versehen sind, welche beyde an eine unten bey μ angebrachte Walze befestigt sind. Weil nun allemal das eine Ende des Wagbalkens e f sinkt, indem das andere steigt, so muß sich beym Auf- und Niedergang des Treibkolbens, die eine von beyden erwähnten Ketten an der Walze μ nothwendig auf- und die andere abwickeln, daß also hierdurch die Walze vor- und rückwärts gedreht wird. Nun ist an der Wendungspippe bey α, wie der Riß zeigt, eine horizontal liegende Stange so befestigt, daß mit ihrer Umdrehung zugleich die Pippe hin- und hergedreht wird; Diese Stange ist, wie der Riß zeigt, an beyden Enden mit eisernen Stangen und Ketten versehen, und diese Ketten sind eben so wie die an dem Wagbalken e f an die Walze μ befestigt. Nun ist noch

dieje-

diejenige Einrichtung nöthig, vermög deren die Umdrehung der mit der Pippe verbundenen Stange beym Aufgang des Kolbens plötzlich geschieht und zwar so, daß hierzu während der Umdrehung der Pippenstange die Bewegung des Treibkolbens gar nicht erfoderlich ist. Dieser Foderung hat Hr. Höll dadurch ein völliges Genüge geleistet, daß er in die Walze μ ein schweres Fallkloß O befestigt und den Ketten, welche um die Walze gehen, die gleich näher zu bestimmende zweckmäßige Länge gegeben hat. Der Erfolg ist nunmehr dieser, daß während dem Aufsteigen des Kolbens die Walze μ herumgedreht und dadurch das anfänglich auf die rechte Seite der Walze geneigte Fallkloß nach und nach in die vertikale Lage und noch etwas weniges drüber gewendet wird. Während diesem Drehen muß sich ein Theil der einen von der Pippenstange herkommenden Kette an die Walze auf- und ein Theil der andern von daher laufenden Kette abwickeln. Diese Auf- und Abwickelung aber derer von der Pippenstange herkommenden Ketten darf auf die Wendung der Pippenstange noch keinen Einfluß haben, daher erwähnte Ketten einen solchen Ueberschuß an ihrer Länge haben müssen, daß die während der gedachten Umdrehung der Walze, wodurch das Fallkloß noch etwas über die vertikale Stellung gewendet wird, sich aufwickelnde Kette nicht eher angespannt zu werden anfängt, bis das Fallkloß schon wirklich bis über die vertikale Stellung, also zum plötzlichen Umfallen bereit, gewendet worden. Sobald also durch das Aufsteigen des Kolbens und die damit verbundene Bewegung des Wagbalkens c f das anfänglich zur Rechten der Walze μ geneigte Fallkloß O bis über den vertikalen Stand schon etwas auf die linke Seite gewendet worden, so stürzt

nunmehr das Fallkloz O, ohne weiteres Zuthun des Treibkolbens, vermög seines eigenen Gewichts plözlich auf der linken Seite um, dreht also bey diesem Sturz die Walze μ plözlich herum, spannt unter diesem Sturz die von der Pippenstange herkommende sich auf die Walze wickelnde Kette stark an, und dreht auf solche Art die Pippenstange und mit ihr die Pippe selbsten mit einem raschen Riß plözlich in die erfoderliche Wendung herum, so daß nunmehr die Fallröhre verschlossen, dem Wasser unter dem Kolben aber der freye Ausgang eröfnet wird. Der nun während diesem Abfluß sinkende Kolben zieht den vorhin erhobenen Arm D wieder nieder, also den während dem Steigen des Kolbens gesunkenen Punkt f wieder aufwärts; Und da sich die von f herkommende Kette zuvor bey μ unten um die Walze herum von der linken zur Rechten hinaufgewickelt hatte, so muß nun während dem Sinken des Kolbens und dadurch verursachten Steigen des Punkts f die mit f verbundene um die Walze größtentheils aufgewickelte Kette sich wieder abwickeln und dadurch die Walze mit dem Fallkloz wieder von der linken nach der rechten Seite herumwenden, so daß nunmehr wieder wie vorhin das Fallkloz O, sobald es zur Rechten etwas über den vertikalen Stand gewendet worden, plözlich herumstürzen, und auf solche Art die Pippe wieder mit einem raschen Riß herumdrehen, also den Zutritt des Wassers aus der Fallröhre in das Kolbenrohr wieder eröfnen, die Abflußöfnung aber wieder verschließen muß. Auf diese Art geht also das Kolbenspiel unaufhörlich so lange fort, als es der Einfallröhre nicht an Aufschlagwasser fehlt, und der Hahn K nicht verschlossen wird.

§. 283.

§. 283.

Der bisherige Vortrag wird zur Beschreibung der einzelen Theile unserer Wassersäulenmaschine und ihrer Zusammensetzung hinlänglich seyn. In den nachfolgenden Sätzen soll nun ihre Wirkung näher untersucht und ihre allenfallsige Verbesserungen vorgetragen werden.

§. 284.

Wassersäulenmaschinen lassen sich als Druckwerke behandeln, bey welchen aber die auf den Treibkolben druckende Kraft kleiner ist, als sie seyn müßte, um den Kolben niederwärts zu treiben, sie ist um so viel zu klein, daß der Kolben in der Zeit τ nicht um die Tiefe b niederwärts sondern vielmehr noch aufwärts weichen muß, d. i. daß er um die Tiefe $-b$ in der Zeit τ sinkt. Man kann also in eben der Bedeutung aller Buchstaben die Formel §. 155.

$$\frac{P}{W} = \frac{\lambda . W . b}{\tau^2 . w . g} + 1$$

beybehalten, nur daß $-b$ statt $+b$ geschrieben wird, und P eigentlich nicht die Kraft, sondern die Last auf dem Treibkolben bedeutet, deren erfoderliche Uebermucht man also als verneint zu betrachten hat. Diesemnach ist hier

$$P = \left(1 - \frac{b . W . \lambda}{w . \tau^2 . g}\right) . W$$

da dann das über der Einfallröhre stehende Wasser bis zum Wasserspiegel noch mit zu 1 und zu λ gehört, oder auch als unbeträchtlich außer Acht gelassen werden kann. Aus dieser Formel erhellet, daß die Last P desto größer seyn darf, je kleiner λ ist, daß also die Maschine desto mehr leistet, je senkrechter die Einfallröhre geleitet wird.

§. 285.

§. 285.

Man kann auch hier, wie ich unten zeigen werde, mit Vortheil eine doppelte Wassersäulenmaschine voraussetzen, so daß dabey wirklich v eine unveränderliche Größe wäre, und hätte also hier noch genauer als

$$\frac{P}{W} = 1 - \frac{0{,}256 \cdot b \cdot W \cdot \lambda}{w \cdot t^2}$$

wo also P die auf dem Kolben liegende Last bedeutet, oder die Kraft, welche zu Erhebung der Last angewendet wird, nur $= 1 - \frac{0{,}256 \cdot b \cdot W \cdot \lambda}{w \cdot t^2}$ gerechnet werden darf, so daß mit dieser Kraft die Last ins Gleichgewicht gesezt werden muß, wenn die Last mit der Geschwindigkeit $\frac{b}{2t}$ gehoben werden soll.

§. 286.

Wenn der Kolben beym Aufsteigen eine gewisse Wasserlast oder eine gewisse Anzahl Pumpen zu betreiben hat, so begreift P nicht nur diese Wasserlast in sich, sondern auch alle übrige die Bewegung des Kolbens verzögernde Nebenhindernisse.

Es kommt also nunmehr drauf an, zu untersuchen, was für Nebenhindernisse außer der Wasserlast selbsten bey der oben beschriebenen Wassersäulenmaschine in Betrachtung kommen.

Dahin gehören nun:

1) Die Friktion des Treibkolbens im Kolbenrohr B (Tab. I.).

2) Die

2) Die Verzögerung oder der Widerstand, welchen das Wasser beym Einschuß in den Stiefel dadurch leidet, daß es nicht zuerst unmittelbar gegen den Kolben, sondern gradaus gegen die Stiefelwand anprellt.

3) Die Friktion sämmtlicher Kolben in den Pumpensätzen, welche durch die Maschine betrieben werden.

4) Der gesammte Widerstand, welcher von der Steurung der Maschine, oder der Bewegung des Hebels D herrührt.

5) Die Friktion, welche die Umdrehungsaxe des Wagbaums G in ihren Zapfenlagern leidet.

6) Das Uebergewicht der Zugstangen (§. 278. u. 279.)

§. 287.

Die Friktion der Kolben ist allemal ziemlich beträchtlich, läßt sich aber nicht allgemein bestimmen. Ueberhaupt aber würden sich bey unserer Maschine sämmtliche Hindernisse von No. 1. bis 5. (§. 286.) so beyläufig wohl auf $\frac{1}{10}$ vom ganzen Gewicht der druckenden Wassersäule setzen lassen. Diese Hindernisse zusammen sollen in Centnern $= N$ seyn. Da sich nun das Gewicht der auf den Kolben druckenden Wassersäule bey unserer Maschine nach §. 275.

$= 167{,}3$ Centner

findet, wenn man das Gewicht von 1 Kubik-Fuß Wasser auf $68\frac{3}{4}$ ℔ sezt, so würde

$N = 16{,}73$ Centner

seyn. Aber die Hinderniß No. 5. des vorigen §. verdient noch einige Betrachtung.

§. 288.

§. 288.

Weil nämlich die Zugstangen nach §. 278. ein gehöriges Uebergewicht behalten müssen, welches ich z nennen will, und dieses Uebergewicht sämmtliche Hindernisse mit einer verlangten Geschwindigkeit überwinden muß, so ist nothwendig

$$z > N$$

der Ueberschuß heiße φ, so ist

$$z = N + \varphi$$

§. 289.

Nun hat die Kraft beym Aufgang des Kolbens fürs erste das Gewicht N §. 287. und fürs andere das Uebergewicht der Stangen z, also überhaupt an Nebenhindernissen das Gewicht

$$N + z = N + N + \varphi$$

oder $2N + \varphi$

zu wältigen. Man ersieht hieraus, daß das erfoderliche Uebergewicht bey dieser Maschine ein sehr nachtheiliger Umstand ist, der desto beträchtlicher wird, je größer φ ist.

§. 290.

Um den Werth, welchen φ haben muß, wenn der Kolben in einer gegebenen Zeit t zurückgehen soll, einigermassen überschlagen zu können, dient folgendes Tab. II. Fig. 4.

1) BOA sey ein mathematischer Hebel, A aber sey mit einem Gewicht p, und B mit einem Gewicht q beschwert; ferner sey

$$OB = \beta$$
$$OA = \alpha$$

so

so ist nach den Lehren der höhern Mechanik die beschleunigende Kraft f, welche auf A wirkt

$$= \frac{p \cdot \alpha - q \cdot \beta}{\alpha^2 p + \beta^2 \cdot q} \cdot \alpha$$

2) Hier, wo es uns nicht grad auf einzele Pfunde ankommt, läßt sich die Zeitformel, wie sie in der Kästnerischen höhern Mechanik S. 271. angegeben ist, nämlich

$$t = 0{,}008 \cdot \sqrt{\frac{b}{f}}$$

wo aber b in Tausendtheilchen eines Rhl. Fußes ausgedruckt werden muß, beybehalten. Das gibt also die Zeit, worin der Kolben, den man sich an p vorstellen muß, niedersinkt, oder

$$t = 0{,}008 \cdot \sqrt{\frac{b \cdot (\alpha^2 p + \beta^2 q)}{\alpha \cdot (p\alpha - q\beta)}} \text{ oder}$$

$$= 0{,}008 \cdot \sqrt{\frac{b \cdot \left(\alpha \cdot p + \frac{\beta^2}{\alpha} \cdot q\right)}{\alpha p - \beta q}} \text{ oder}$$

$$t = 0{,}008 \cdot \sqrt{\frac{b \cdot \left(p + \frac{\beta^2}{\alpha^2} \cdot q\right)}{p - \frac{\beta}{\alpha} \cdot q}}$$

3) Daraus gibt sich auch die erfoderliche Verhältniß $\frac{p}{q}$, damit der Treibkolben in einer verlangten Zeit t zurückgehe; Es ist nämlich quadrirt

$t^2 =$

$$t^2 = \frac{0{,}000064 \cdot \left(b \cdot p + \frac{\beta^2}{\alpha^2} \cdot q\right)}{p - \frac{\beta}{\alpha} \cdot q}$$

$$= \frac{0{,}000064 \cdot \left(\frac{b \cdot p}{q} + \frac{\beta^2}{\alpha^2}\right)}{\frac{p}{q} - \frac{\beta}{\alpha}}$$

$$= \frac{0{,}000064 \cdot b \cdot \frac{p}{q} + \frac{0{,}000064 \cdot \beta^2}{\alpha^2}}{\frac{p}{q} - \frac{\beta}{\alpha}}$$

also

$$t^2 \cdot \frac{p}{q} - \frac{t^2 \cdot \beta}{\alpha} = 0{,}000064 \cdot b \cdot \frac{p}{p} + \frac{0{,}000064 \cdot \beta^2}{\alpha^2}$$

Und nun

$$\frac{p}{q} = \frac{\frac{t^2 \cdot \beta}{\alpha} + \frac{0{,}000064 \cdot \beta^2}{\alpha^2}}{t^2 - 0{,}000064 \cdot b}$$

4) Das gibt dann

$$p = \left[\frac{\frac{t^2 \cdot \beta}{\alpha} + \frac{0{,}000064 \cdot \beta^2}{\alpha^2}}{t^2 - 0{,}000064 \cdot b}\right] \cdot q \text{ *)}$$

5) Bey

*) Man darf mit diesem hier stehenden α das obige α, welches als Koefficient der Wasserhöhe gebraucht worden, nicht verwechseln. Lezteres kommt auch noch in der Folge vor.

5) Bey obiger Maschine gibt die Zeichnung ohngefähr

$$\frac{\beta}{\alpha} = \frac{6}{5}$$

Nun ist ferner bey ihr $b = 6$ Rhl. Fuß, also in Tausendtheilchen ausgedruckt

$$b = 6000$$

Ferner geben bey ihr wirkliche Beobachtungen

$$t = 3,5 \text{ Sekunden;}$$

also hätte man bey ihr

$$p = \frac{\frac{3,5^2 \cdot 6}{5} + \frac{0,000064 \cdot 36}{25}}{3,5^2 - 0,000064 \cdot 6000}$$

das ist beynahe

$$\frac{\frac{12,25 \cdot 6}{5}}{12,25 - 0,38} \cdot q = \frac{73,50}{59,35} \cdot q$$

Oder

$$p = 1,24 \cdot q$$

6) Daraus folgt

$$q = \frac{p}{1,24} = 0,806 \cdot p$$

folglich das Uebergewicht, welches noch P gegen q am Hebel oder Wagbaum behält

$$= p - 1,2 \cdot q = p - 1,2 \cdot 0,806 \cdot p$$
$$= 0,033 \cdot p$$

7) Es ist also §. 288.

$$\varphi = 0,033 \cdot p$$

und daher

$$z = N + 0,033 \cdot p$$

8) Der Werth von p läßt sich in jedem Fall leicht überschlagen, bey unserer Maschine ist sicher $p > 100$ Centner; Behält man aber $p = 100$ Centner, so ist $\varphi = 3,3$ Centner und

$$z = N + 3,3 \text{ Centner}$$

also nach §. 288.

$$= 16,73 + 3,30 \text{ oder etwa} = 20 \text{ Centner}$$

welches also das Gewicht wäre, welches bloß wegen des Uebergewichts der Zugstangen der Maschine beym Aufsteigen des Treibkolbens zur Last fällt.

9) Beym Aufgang des Kolbens hat also die Kraft außer der eigentlichen Wasserlast noch ein Gewicht (§. 289.)

$$= z + N \text{ hier} = 20 + 16,73 = 36,73 \text{ Ctr.}$$

zu wältigen. Da nun der ganze Wasserdruck 167,3 Ctr. beträgt, so geht hierdurch $\frac{36,73}{167,3}$ also etwa $\frac{2}{9}$ der ganzen Kraft verlohren.

§. 291.

Ich will nunmehr von obiger Formel §. 284. eine Anwendung auf unsere Wassersäulenmaschine machen, und die Zeit τ berechnen, worin der Kolben einmal aufsteigen muß. Ich bemerke daher, daß bey ihr

$$\lambda = l = 264 \text{ Fuß}$$

$$\frac{W}{w} = \frac{169}{36},$$ nämlich der Durchmesser des Stiefels = 13 Zoll, der Einfallröhre = 6 Zoll.

und $b = 6$ Fuß.

Ferner

Ferner ist bey ihr die zu wältigende bloße Wasserlast = 60 Ctr. = 6000 ℔, wenn ich also einen Kub. Fuß zu 68 ℔ rechne, so betragen 6000 ℔, $\frac{6000}{68}$ Kub. Fuß oder ohngefähr 88 Kub. Fuß.

Rechne ich nun das Gewicht z + N (§. 29. No. 9.) noch mit 36 Ctr. hinzu, so beträgt solches auch noch $\frac{3600}{68}$ oder beynahe 53 Kub. Fuß. Also

$$P = 88 + 53 = 141 \text{ Kub. Fuß; und } \frac{P}{W} = 153{,}2$$

Und nun ergibt sich aus §. 284.

$$\tau = \sqrt{\frac{b \cdot \frac{W}{w} \cdot \lambda}{\left(1 - \frac{P}{W}\right) \cdot g}} = \sqrt{\frac{6 \cdot \frac{169}{36} \cdot 264}{(264 - 153{,}2) \cdot 15{,}625}}$$

$$= \sqrt{\frac{7436}{1731}}$$

also τ sehr wenig größer als 2 Sekunden.

Diesemnach müßte das Wasser in der Einfallröhre in etwa 2 Sekunden um $\frac{169}{36}$. 6 oder 28 Fuß tief fallen. Allein so geschwind kann das Wasser aus dem Behälter nicht zur Einfallröhre hineinschiesen, weil in 1 Sekunde nur 0,64 . Kub. Fuß Aufschlagwasser zur Maschine beyfließt. Man sieht hieraus, daß die ordentliche Verhältniß der einzelen Abmessungen unter einander bey der Maschine nicht gehörig beobachtet worden ist, daher auch der Kolben, wirklichen Beobachtungen zufolge, etwa $5\frac{1}{2}$ Sekunde zum Aufsteigen nöthig hat. Der

Maschine könnte schon dadurch geholfen werden, daß ihr mehrere oder größere Pumpen zu wältigen gegeben würden, denn dadurch würde der Kolben langsamer zu steigen genöthigt. Es ist auch sehr auffallend, daß die gesammte Last nur 96 Ctr. beträgt, da die Kraft oder das Wasser in der Einfallröhre mit einer Kraft von 167 Ctr. gegen den Kolben druckt.

Zur Probe will ich die zu wältigende Wasserlast um die Hälfte größer also $88 + 44 = 132$ Kub. Fuß und die sämmtliche dadurch vergrößerten Nebenhindernisse statt 53 Kub. Fuß zu 78 Kub. Fuß rechnen, so hat man

$$P = 132 + 78 = 210 \text{ Kub. Fuß,}$$

und $$\frac{P}{W} = \frac{210}{0,92} \text{ beynahe} = 228$$

Demnach

$$\tau = \sqrt{\frac{7436}{(264-228) \cdot 15,625}} \text{ beynahe} = 3\frac{3}{5} \text{ Sek.}$$

Aber diese Zeit ist noch immer zu kurz zu einem Hub, weil das Aufschlagwasser in jeder Sekunde nur 0,64 Kub. Fuß beträgt; nun braucht der Kolben zum Rückgang (§. 290. No. 5.) 3,5 Sekunden also zum ganzen Spiel 7,1 Sekunde. In dieser Zeit fließen also $7,1 \times 0,64$ Kub. Fuß Aufschlagwasser oder 4,54 Kub. Fuß zur Maschine bey, und da ein Kolbenhub schon $6 \cdot 0,92$ oder 5,52 Kub. Fuß braucht, so sieht man, daß wieder das Aufschlagwasser nicht in erfoderlicher Menge nachfolgen kann. Man setze die bloße zu wältigende Wasserlast $= 160$ und $z + N = 90$, so ist

$$\tau = \sqrt{\frac{7436}{(264-250) \cdot 15,625}} = 5,8 \text{ Sek.}$$

Nun

Nun hat man also für ein Kolbenspiel (5,8 + 3,5) . 0,64 Kub. Fuß oder 5,95 Kub. Fuß Aufschlagwasser, und da der Kolbenhub nur 5,52 Kub. Fuß braucht, so sieht man, daß dieser Werth von P beybehalten werden kann. Es könnte also bey dieser Einrichtung in 5,8 Sekunden $\frac{160}{88}$ oder 1,88mal so viel Wasser aufgewältigt werden, als die Maschine in 5,5 Sekunden wirklich auffördert, oder sie könnte $\frac{5,5}{5,8}$. 1,88mal d. i. 1,78mal so viel leisten, als sie wirklich leistet.

§. 292.

Ueberhaupt aber leidet die ganze Einrichtung der Maschine wohl noch vortheilhafte Abänderungen. Fürs erste hat der vertikale Stand des Stiefels die nachtheilige Folge, daß für geringe Werthe von l die Höhe des Kolbenrohrs schon einen zu merklichen Einfluß auf den Effekt der Maschine hat. Wäre z. B. l nur = 20 Fuß und b = 6 Fuß, so würde die Wassersäule im Stiefel schon einen großen Theil der Kraft vernichten. Die andere nachtheilige Folge von diesem vertikalen Stand ist diese, daß die Geschwindigkeit des bey Eröfnung der Wendungspippe aus der Fallröhre hinzuströhmenden Wassers, bevor solches an den Kolben stößt, schon durch einen plötzlichen horizontalen Schuß an die Wand des Kolbenrohrs eine merkliche Verschwächung leidet. Es ist also unstreitig der Mühe werth, an eine Einrichtung zu denken, bey der diese nachtheiligen Folgen wegfallen.

§. 293.

Zu dieser Verbesserung würde folgende Einrichtung dienen:

Es sey alles wie bey der obigen Wassersäulenmaschine, nur anstatt daß das Kolbenrohr sonsten auf α (Tab. II. Fig. 5.) aufrecht steht, lege man solches horizontal von β nach γ; die Kolbenstange γ δ greife in das Kunstkreuz D ein; mit dessen Arm c d wieder die vertikale Leitstange d e verbunden ist, welche nun den Hebel e f, wie bey obiger Wassersäulenmaschine auf- und niederhebt. Man sieht, daß sich diese Abänderung auf solche Art sehr leicht bewirken läßt, und unstreitig für die Maschine sehr vortheilhaft ist.

§. 294.

Wollte man die Wassersäulenmaschine gebrauchen, entferntere Pumpen damit zu betreiben, so hat man zu bedenken, daß die Kraft der Wassersäule nur auf den Hingang des Kolbens wirkt, folglich die Einrichtung so gemacht seyn müßte, daß im Aufgehen der Schubstange d e alle an dem mit dieser Schubstange verbundenen Kunstgestänge hängende Pumpen zugleich ausgössen, damit sodann die Pumpenkolben durch das Gewicht der Kolbenstange willig wieder niedersinken und auf solche Art den Kolben ε wieder zurücktreiben.

§. 295.

Ueberhaupt ist aber der erwähnte Umstand, daß die Wasserskraft bloß beym Hingang des Treibkolbens wirkt, gleichfalls noch eine Unvollkommenheit der Maschine.

Einmal leidet darunter der gleichförmige Gang des Kolbens; denn weil während dem Rückgang desselben das Wasser im Behälter über der Einfallröhre, wegen des beständigen Zuflusses und fehlenden Abzugs,

zugs, nothwendig wachsen muß, so ist besonders bey einem beträchtlichen Wasserzufluß l eine veränderliche Größe, die beym Anfang des Kolben-Hingangs allemal am größten, am Ende desselben aber am kleinsten ist.

Fürs andere ist zur Verminderung der von sämmtlichen Zug- und Kolbenstangen herrührenden Last die Vorrichtung des großen Wagbaums G (Tab. I.), der die Friktion vergrößert und die Maschine zusammengesezter macht, nothwendig.

Fürs dritte muß das dennoch nöthige Uebergewicht dieser Stangen dabey umsonst erhoben werden, welches doch nicht unbeträchtlich ist, da es die Berechnung §. 290. No. 8. schon über 3 Centner ergab.

Fürs vierte würde bey einem großen mit vielen Pumpen verbundenen Kunstgestänge, wie bey Gradirhäusern auf Salzwerken, das Gewicht der Kolbenstangen nicht einmal hinreichend seyn, das ganze Kunstgestänge mit allen Pumpenkolben und dem Treibkolben unserer Maschine wieder zurückzuschieben, und daher die ganze Kunst in solchem Fall nicht einmal in gehörigem Gang bleiben können, sondern ins Stocken gerathen.

§. 296.

Allen diesen Mängeln wird dadurch mit einmal abgeholfen, daß man eine doppelte Wassersäulenmaschine von einerley Abmessungen anlegt und beyde Treibkolben mittelst eines Kunstkreuzes mit einander verbindet, wie Fig. 6. Tab. II. ausweißt. Man braucht alsdann nur eine der beyden Schubstangen d e mit einem Kunstkreuz

B zu verbinden, welches das Gestänge FG, woran lauter doppelte Pumpwerke angebracht seyn müssen, in Bewegung sezt. Wenn alsdann bey jeder dieser beyden Maschinen nur die Steurung beybehalten wird, so ist allen Mängeln des vorigen und 292. §. abgeholfen. Nämlich:

1) Das Kolbenrohr liegt horizontal.

2) Der Wagbaum G (Tab. I.) fällt sammt dem Gewichtkasten und sonstigen Zubehör ganz weg.

3) Die Maschine wirkt ohnunterbrochen fort; wenn nämlich der eine Treibkolben vorwärts geht, geht der andere wieder zurück.

4) Der Rückgang des Treibkolbens dauert also nunmehr allemal eben so lang als der Hingang, weil in beyden Fällen gleiche Last gewältigt wird.

5) Das bey obiger Maschine erfoderliche Uebergewicht der Zugstangen, welches bey obiger Maschine umsonst gehoben werden mußte, fällt nun weg d. i. der Werth von φ; Denn daß nicht ganz $z = N + \varphi$ (§. 288.) sondern bloß φ bey dieser Einrichtung wegfällt, erhellet daraus, weil bey dieser verbesserten Einrichtung alles doppelt vorkommt, folglich der Werth von N für jeden der beyden Treibkolben in Anschlag kommen muß; daher die gesammten Nebenhindernisse bey dieser Einrichtung $= 2 . N$ sind, da sie bey voriger Einrichtung $= 2N + \varphi$ (§. 289.) waren. Aber selbst der Werth von N wird nun merklich kleiner als zuvor, und im Ganzen genommen nicht über die Hälfte des Werths bey voriger Einrichtung erhalten.

ten, weil bey jetziger Einrichtung nicht nur wegen des Umstands No. 2. die Reibung geringer wird, sondern auch nun die Pumpensätze ununterbrochen heben, folglich enger als vorhin seyn dürfen, um eben die Wassermenge auszugiessen, überdas aber auch hier die äußerst beträchtliche Hinderniß (§. 286. No. 2.) ganz wegfällt.

6) Das Aufschlagwasser im Behälter über der Einfallröhre hat nun beständig einerley Abzug, nämlich abwechselnd in beyden Röhren.

§. 297.

Für eine solche doppelte Wassersäulenmaschine mit liegenden Stiefeln wäre nun allemal die Formel §. 285. zu gebrauchen.

§. 298.

Bey Erbauung einer solchen Maschine hat man folgendes zu bemerken.

Heißt das in einer Sekunde beyfliesende Aufschlagwasser in Kub. Fußen M, so ist die in der Zeit t eines Kolbenspiels beyfliesende Wassermenge

$$= t \cdot M$$

Soll nun solche gehörig benuzt werden, so muß die in beyden Stiefeln in der Zeit t verwendete Wassermenge

$$2\,b \cdot W = t \cdot M \text{ seyn.}$$

Und das gibt

$$W = \frac{t \cdot M}{2\,b}$$

Heißt nun der Durchmesser des Stiefels D, so ist bekanntlich

$$3,141 \cdot \tfrac{1}{4} D^2 = W, \text{ also}$$

$$D = \sqrt{\frac{W}{0,785}}$$

$$= \sqrt{\frac{t \cdot M}{1,57 \cdot b}}$$

welches also der erfoderliche Durchmesser des Stiefels ist. Dabey kann t doppelt so viel Sekunden betragen als b Fuße enthält, oder $\frac{t}{b} = 2$ genommen werden. Da übrigens eine desto größere Last P, der Formel zufolge, gewältigt werden kann, je kleiner die von l abgezogene Größe ist, so erhellet, daß es auch hier vortheilhaft ist, w so groß, als es die Umstände erlauben, zu machen.

§. 299.

Wollte man die Kolbenstange der Wassersäulenmaschine mit dem Kunstkreuz eines Druckwerks verbinden, und auf solche Art mit der Wassersäulenmaschine ein Druckwerk betreiben, so will ich, was oben beym Druckwerk W, w, λ, b, l hieße, zu Vermeidung aller Verwirrung mit diesen bey der Wassersäulenmaschine gebrauchten Buchstaben, die Deutschen W, w, ℓ, b, l gebrauchen. Weil nun die Berechnung so angestellt werden muß, als ob die Wassersäule den Druck

$$\left(1 - \frac{0,256 \cdot b \cdot W \cdot \lambda}{w \cdot t^2}\right) \cdot W$$

ausübte, die Last des Druckwerks hingegen den Gegendruck

$$\left(1 + \frac{0,256 \cdot b \cdot W \cdot \ell}{w \cdot t^2}\right) \cdot W.$$

äußerte,

äußerte, wenn die Bewegung wirklich mit der verlangten Geschwindigkeit geschehen soll.

$$\left(1-\frac{0{,}256.b.W.\lambda}{w\,.\,t^2}\right).W=\left(1+\frac{0{,}256.b.\mathfrak{W}.\xi}{w\,.\,t^2}\right).\mathfrak{W}$$

setzen, wobey ganz natürlich vorausgesetzt ist, daß für die Wassersäulenmaschine und das Druckwerk t einerley Werth hat.

§. 300.

Hieraus folgt

$$\mathfrak{W}^2+\frac{l\,.\,w\,.\,t^2}{0{,}256.b.\xi}.\mathfrak{W}=\frac{\left(1-\frac{0{,}256.b.W.\lambda}{w\,.\,t^2}\right)W.w.t^2}{0{,}256\,.\,b\,.\,\xi}$$

Also

$$\mathfrak{W}=-\frac{l\,.\,w\,.\,t^2}{0{,}128.b.\xi}+\sqrt{\left[\left(\frac{l\,.\,w\,.\,t^2}{0{,}128.b.\xi}\right)^2+\frac{\left(1-\frac{0{,}256.b.W.\lambda}{w\,.\,t^2}\right).W.w.t^2}{0{,}256\,.\,b\,.\,\xi}\right]}$$

ohne Rücksicht auf die Friktion, welche vorzüglich beym Treibkolben der Wassersäulenmaschine und den Kolben des Druckwerks vorfällt, und welche beyläufig angeschlagen werden muß. Betrüge sie z. B. ohngefähr $\frac{1}{3}$ der ganzen Last, so dürfte man ohngefähr nur $\frac{3}{4}$ vom gefundenen Werth für den Werth von $\mathfrak{W}$ annehmen, und dann hätte man die in der Zeit t durch das Druckwerk aufzufördernde Wassermenge

$$=a\,b\,.\,\mathfrak{W}\,.$$

Eilftes Kapitel.

Pyrometrische Untersuchung zur Erweiterung der Theorie vom Abdünsten und Verdämpfen des Wasses, mit besonderer Anwendung auf die Dampfmaschinen. *)

§. 301.

Bekanntlich ist die Reaumürsche Skale für die Queckſilber-Thermometergrade vom Frostpunkt bis zum Siedpunkt in 80 gleiche Theile getheilt, welche Reaumürsche Grade heisen. Bezeichnet man nun an einem Weingeistthermometer bey gewöhnlicher Temperatur einige Grade übereinstimmend mit den Graden des Queckſilberthermometers, und trägt eben diese Grade von dem mit o bemerkten Frierpunkt aufwärts, so zeigen Beobachtungen, daß der Weingeist bey der Siedhitze weit über den 80ten Grad steigt.

Herr Lambert stellte zur nähern Vergleichung dieser beyden Thermometer im Jan. 1776. Beobachtungen an, vermög deren folgende Grade zusammen gehörten:

Queckſilber-Grade	Weingeist-Grade
q	w
0,0	0,0
29,7	32,0
50,0	57,0
80,0	102,6

ſ. Hrn.

*) Zu diesem XI. Kap. gehört Tab. III.

s. Hrn. Lamberts Pyrometrie S. 67. Die Anzahl Reaumürsche Queckſilbergrade ſoll q, die Anzahl Weingeiſtgrade w heiſen.

§. 302.

Zum Interpoliren kann man aus den beobachteten Graden die Analogie ſchlieſen

$$(q - w) : (80 + 102{,}6) = w^x : 102{,}6^x$$

da man dann für $x = 2$ der Sache am nächſten kommt, und ſich daher mit der Formel

$$q - w = \frac{(80 - 102{,}6)\, w^2}{102{,}6^2}$$

oder

$$q = w - \frac{(102{,}6 - 80) \cdot w^2}{102{,}6^2}$$

begnügen kann.

§. 303.

Wenn die Anzahl Grade des Fahrenheitſchen Thermometers f heißt, ſo iſt bekanntlich

$$f = \tfrac{9}{4}\, q + 32$$

alſo $$f = 2{,}25 \cdot w - 0{,}00483 \cdot w^2 + 32$$

und hieraus folgt umgekehrt

$$w = 233 - \sqrt{(60913 - 207 \cdot f)}$$

Ex. I. Für den Siedpunkt iſt $f = 212°$ alſo

$$w = 233 - \sqrt{(60913 - 43884)}$$
$$= 233 - \sqrt{17029} = 233 - 130{,}4$$
$$= 102{,}6 \text{ Grad.}$$

II. Für den Frierpunkt iſt $f = 32°$, alſo

$$w = 233 - \sqrt{(60913 - 6624)}$$
$$= 233 - \sqrt{54289}$$
$$= 0$$

wie sich für diese Fälle auch gehört.

§. 304.

Nach dieser Formel ist nachstehende Tafel zusammenstimmender Grade berechnet worden:

f	w	f	w	f	w
32 Gr.	0,0 Gr.	105 Gr.	35,0 Gr.	185 Gr.	82,6 Gr.
35	1,5	110	37,6	190	86,1
40	3,5	115	40,0	195	89,7
45	6,0	120	43,0	200	93,3
50	8,0	125	45,8	205	97,0
55	10,5	130	48,6	210	100,9
60	13,0	135	51,4	212	102,6
65	15,0	140	54,3	215	105,0
70	17,5	145	57,4	220	109,0
75	20,0	150	60,2	225	113,2
80	22,4	155	63,2		
85	24,3	160	66,4		
90	27,3	165	69,4		
95	30,0	170	72,6		
100	32,5	175	75,9		
		180	79,2		

s. §. 309.

§. 305.

Herr Lambert hat aus seinen angestellten Beobachtungen Pyr. S. 128. folgende Tafel mitgetheilt, welche die Tiefe in Linien angibt, welche bey den nebenstehenden Graden des Reaum. Weingeistthermometers in 24 Stunden abdünsten.

W	Linien-Abdünstung mehr als Eis in 24 Stunden
0 Gr.	0
10	2
20	6
30	13
40	24
50	41
60	65

Eis dunstet zwar gleichfalls noch etwas ab; da aber seine Abdünstung äußerst gering und in 24 Stunden fast unmerklich bleibt, so kann man diese Tafel als eine Bestimmung der ganzen Abdünstung annehmen.

§. 306.

Es versteht sich von selbsten, daß bey denen hier angegebenen Zahlen allemal kleine Abweichungen gar wohl Statt finden, und daß man eben darum noch mit eben der Sicherheit für die Ausübung z. B. 25 statt 24 Linien setzen kann, indem der Erfolg in der Ausübung zu verschiedenen Zeiten sicher nicht genauer als auf $\frac{1}{24}$ des Ganzen übereinstimmend erwartet werden kann.

Ich kann also statt der vorigen Tafel sicher folgende gebrauchen.

W	Linien-Abdünst. in 24 Stund.	Ite Differenz-Reihe	IIte Diff. Reihe	IIIte Diff. Reihe
0	0,00			
10	2,00	2,00		
20	6,00	4,00	2,00	
30	13,25	7,25	3,25	1,25
40	25,00	11,75	4,50	1,25
50	42,50	17,50	5,75	1,25
60	67,00	24,50	7,00	1,25

§. 307.

Um das zu w Graden gehörige Glied der Hauptreihe d. i. die zu w Graden gehörige Ausdünstung in Linien zu erhalten, muß man $\frac{w}{10}$ Glieder der 1ten Diff. Reihe summiren. Nun ist

das 1te Glied der 1ten Diff. Reihe = 2
" " 2ten " = 2
" " 3ten " = 1,25

Es ist also der Lehre von den Differenzen gemäß, die Summe von $\frac{w}{10}$ Gliedern der 1ten Diff. Reihe

$$= \frac{w:10}{1} \cdot 2 + \frac{\frac{w}{10} \cdot \left(\frac{w-10}{10}\right)}{1 \cdot 2} \cdot 2$$

$$+ \frac{\frac{w}{10} \cdot \left(\frac{w-10}{10}\right) \cdot \left(\frac{w-20}{10}\right)}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot 1{,}25$$

$$= 208 \cdot \left(\frac{w}{100}\right)^3 + 37{,}6 \cdot \left(\frac{w}{100}\right)^2 + 0{,}1416 \cdot w$$

Wenn also die zu w Graden gehörige 24stündige Ausdünstung in Linien durch λ angedeutet wird, so hat man

$$\lambda = 208 \cdot \left(\frac{w}{100}\right)^3 + 37{,}6 \cdot \left(\frac{w}{100}\right)^2 + 0{,}1416 \cdot w \quad (h$$

§. 308.

Zunächst lassen sich mittelst der Formel (h) die zu allen zwischen 0 und 60° des Weingeistthermometers fallenden Graden gehörige Werthe von λ interpoliren, und dadurch

dadurch die schon §. 306. mitgetheilte kleine Tafel auf alle einzele Grade ergänzen.

Sollte man den zu einem gegebenen Werth von f §. 303. gehörigen Werh von λ bestimmen, so müßte man erst das zu dem gegebenen f gehörige w aus §. 303. berechnen oder aus §. 304. nehmen, und nun aus diesem w den Werth von λ mittelst der Formel (h) berechnen.

§. 309.

Die Anwendung der Formel (h) auf das Fahrenheitsche Thermometer setzt voraus, daß der Werth von w für alle Werthe von f angegeben werden könne. Es ist aber hierbey mißlich, die Formel §. 303. viel über $f = 212°$ anzuwenden, und darum habe ich die Tafel §. 304. nur bis auf $f = 225°$ hiernach berechnet.

§. 310.

Da λ von o bis zu 60° auf einerley Art von w abhängt, so daß für alle diese Grade die Berechnungen aus der Formel (h) von den wirklichen Beobachtungen fast nicht merklich abweichen, so kann man sicher schliessen, daß die Wirkung der Wärme auf die Ausdünstung auch für höhere Werthe von w so fortgehen werde. Sie (h) gleicht einer mechanischen Formel zwischen Kraft und Wirkung z. B. zwischen der Menge Aufschlagwassers und der Menge des damit auf eine bestimmte Höhe geförderten Wassers. Statt des Aufschlagwassers ist hier die Kraft der Wärme, und statt des geförderten Wassers die verflüchtigten Dämpfe. Und da die Formel zwischen Kraft und Wirkung hier von ($\lambda = 2$) bis zu ($\lambda = 65$) d. i. von einer sehr geringen bis zu einer 32 mal so großen Wirkung auf eine gleich richtige Weise an-

gewendet wird, so ist man wohl berechtigt, die Formel (h) überhaupt hier als eine allgemeine pyrometrische Formel für die Kraft der Wärme und ihrer Wirkung im Verdämpfen gelten zu lassen, wenn man nur den gehörigen Werth von w statt t gebraucht.

§. 311.

Ich hielte es gleichwohl für der Mühe werth, die Formel (h) mit Beobachtungen bey einem noch merklich höhern Werth von w zu vergleichen. Ich nahm zu dem Ende Probesiedungen, die mit 20löthiger Soole gemacht waren, zur Hand. Bevor ich aber solche hersetze, muß ich über den Unterschied abdämpfender Soole und abdämpfenden süßen Wassers einiges anmerken.

§. 312.

Die Kohäsionskraft der Wassertheilchen wird bekanntlich durch das Küchensalz verstärkt, und ich habe hierüber vor mehrern Jahren der Akademie schon eigene Untersuchungen vorgelegt, auch über die Verhältniß der Verdunstungsgeschwindigkeiten verschiedener Soolen in meiner Anleit. zur Salzwerksk. eine vollständige Tafel mitgetheilt. Inzwischen wird diese durch die Salztheilchen entstehende Verzögerung der Abdünstung nur dann merklich, wenn die zur Abdünstung wirkende Kraft sehr gering ist, wie solches bey der bloßen Witterungswärme Statt findet. Die Kohäsionskraft macht gleichsam die Last aus und die Wärme die Kraft; ist nun die Ueberwucht der Kraft über die Last sehr gering, wie sie bey der natürlichen Luftwärme ist, so wird die Verzögerung, welche die durch die Salztheilchen verstärkte Kohäsionskraft bewirkt, nothwendig sehr merklich. Ist

aber

über die Ueberwucht der Kraft über die Last sehr beträchtlich, wie z. B. bey stark erhitztem Wasser; so weiß man aus der Lehre von der Ueberwucht, daß die Verzögerung, welche von der Attraktion der Salztheilchen herrührt, sehr gering wird. Es ist also zwar zu erwarten, daß Soole, zumal wenn sie sehr hochlöthig ist, auch in der Siedhitze weniger als süßes Wasser in eben der Hitze ausdunstet; doch kann dieser Unterschied nicht sehr merklich seyn, wie ich auch außerdem aus der Erfahrung versichern kann.

§. 313.

Die Probesiedungen waren mit etwa 20löthiger Soole in Pfannen von ganz verschiedener Größe gemacht.

Aus der kleinern verdunsteten während dem wirklichen Sieden 2,9 Zoll in 149 Minuten

= größern = $2,\frac{3}{8}$ = 127 =

also in 24 Stunden

No. 1 = 28,03 Zoll
No. 2 = 26,93 = } im Mittel 27,48 Zoll.

§. 314.

Um diese Beobachtung mit der Formel (h §. 307.) zu vergleichen, hat man zu bedenken, daß die Siedhitze vom Meerwasser schon auf 218 Fahrenh. Gr. (Lamb. Pyr. 277.) steigt, und weil die Hitze der angegebenen siedenden Soole gewiß noch um mehrere Grade höher ist, so will ich solche auf 222 Grad setzen. Berechne ich w für $f = 222°$, so finde ich (§. 303.)

$$w = 110,7$$

Und nun nach der Formel (h §. 307.)

$$\lambda = 343,9 \text{ Linien.}$$

Oder $\lambda = 28{,}66$ Zoll.

Vergleicht man dieses mit den Beobachtungen §. 313., so ergibt sich eine unerwartet gute Uebereinstimmung, indem der kleine Unterschied der Betrachtung §. 312. völlig angemessen ist.

§. 315.

Hiernach erhellet also, daß die Formel zwischen Kraft und Wirkung (ℏ §. 307.) nicht nur von $\lambda = 2$ bis auf $\lambda = 65$ (§. 310.) sondern sogar bis auf $\lambda = 344$ (§. 314.) also von der anfänglichen geringen bis zu einer 172mal so großen Wirkung immer noch wirklichen Beobachtungen gemäß ist, und der Satz (§. 310. am Ende) wird hierdurch so weit bestätigt, daß man wenigstens bis zu $f = 225°$ nach obigen Formeln fortrechnen kann.

§. 316.

Es schien mir daher nützlich, hier noch eine von 5 zu 5 Graden Fahrenh. Therm. berechnete Tafel beyzufügen.

f	λ	f	λ	f	λ
32 Gr.	0 lin.	105 Gr.	18,5	185 Gr.	154,4
35	0,22	110	21,7	190	172,7
40	0,55	115	25,0	195	192,9
45	1,03	120	29,6	200	214,8
50	1,48	125	34,3	205	238,9
55	2,14	130	39,6	210	266,2
60	2,93	135	45,5	212	278,0
65	3,67	140	51,8	215	296,9
70	4,74	145	59,6	220	329,4
75	6,00	150	67,4	222	343,9
80	7,4	155	76,4	225	365,9
85	8,6	160	86,9		
90	10,9	165	97,3		
95	13,2	170	109,5		
100	15,2	175	123,3		
		180	138,1		

§. 317.

§. 317.

Die Wärme des Wassers wächst nicht länger als bis das Wasser zum Sieden kommt; alsdann hat es seine größte Hitze erreicht, und während dem Sieden bleibt sie unveränderlich. Je längere Zeit einerley Wassermenge bey einerley Feuerung nöthig hat, zum Sieden zu kommen, desto größer ist die Hitze, die es bis zum Sieden erlangt. Der Druck der Atmosphäre ist dem Sieden hinderlich, je geringer daher solcher ist, desto früher kommt das Wasser zum Sieden, und desto geringer ist alsdann die Hitze des siedenden Wassers. Auf hohen Bergen ist daher die Hitze des siedenden Wassers merklich geringer als am Fuß dieser Berge, und Hr. de Lük will beobachtet haben, daß in einem fast luftleeren Raum das siedende Wasser nur die Hitze von 65 Gr. Reaum. Queckſilber-Thermometers angenommen habe, wiewohl ich die Möglichkeit einer solchen Beobachtung um deßwillen sehr bezweifle, weil die von heißem Wasser entstehenden Dämpfe, wie sich in der Folge zeigen wird, den fehlenden Druck der Atmosphäre allemal wenigstens zum Theil wieder ersetzen.

§. 318.

Angestellte nähere Beobachtungen haben gezeigt, daß das Wasser beym Barometerstand von 27 Zoll auf dem Reaum. Queckſilber-Thermometer den Siedpunkt von 80° oder den Fahrenheitschen Siedpunkt von 212° erreicht; ist aber der Barometerstand $27 + x$ Zoll, so ist der Siedpunkt

auf dem Reaum. Q. Thermom. $80° + 0{,}9 \cdot x°$

„ Fahrenh. „ $212° + \frac{9}{4} \cdot 0{,}9 \cdot x° = 212° + 2{,}025 \cdot x°$

§. 319.

§. 319.

Wenn ein Gefäß a b c (Fig. 2.) von allen Seiten, auch oben bey a c verschlossen ist, und nur in g eine Oefnung hat, durch welche eine Röhre e d aufwärts geht, überdas dieses Gefäß z. B. bis m n mit Wasser angefüllt ist, und nun über Feuer gesetzt wird, so wird nicht nur die Luft im Kessel über m n erhitzt, also ihre elastische Kraft vergrößert, sondern es entstehen auch heftige Dämpfe im Kessel, deren Elasticität ungemein groß werden kann. Diese elastische Dämpfe dehnen sich mit Macht aus, drucken auf die Oberfläche des Wassers im Kessel m n, und nöthigen solches also in der Röhre e d aufwärts zu steigen.

Ziegler hat wirkliche Versuche über die Kraft dieser Dämpfe angestellt, und Hr. Lambert hat davon in der Pyr. S. 133. folgendes mitgetheilt;

Wärme der Dämpfe in Fahrenh. Graden	Elastische Kraft der Dämpfe	
50	1,000	die zugehörige
141	1,370	Queckſilb. Hö-
170	1,741	he 27 Zoll.
193	2,111	
220	2,852	
254	3,963	
271	5,074	
289	5,815	

Wenn also die Höhe einer mit der Atmosphäre im Gleichgewicht stehenden Wassersäule 31 Fuß beträgt, so könnten die Dämpfe bey einer Wärme von 289° das Wasser in einer luftleeren Röhre e d auf eine Höhe von 5,815 . 31 = 180,265 Fuß hinauftreiben; ist hingegen

gegen die Röhre e d nicht luftleer sondern oben offen, so würden sie das Wasser nur auf eine Höhe von 4,815 . 31 = 149,265 Fuß treiben.

§. 320.

Es kommt nun darauf an, die Hitze des Wassers im Kessel aus der Hitze der Dämpfe zu bestimmen. Wenn die Dämpfe eine m mal so große Elasticität haben als die atmosphärische Luft beym Barometerstand von 27 Zoll, so vermögen sie das Queckſilber in einer luftleeren Röhre m . 27 Zoll hoch zu erhalten, oder $27 + (m-1)$. 27 Zoll hoch. Wenn nun das Queckſilber in der luftleeren Röhre durch die Dämpfe m mal 27 Zoll hoch getrieben wird, so steigt die Hitze des im Kessel befindlichen Wassers beym Sieden auf

$212° + 2{,}025 . (m - 1) . 27°$ Fahrenheit. (§. 318.)

Z. B. bey der Wärme von 289° der Dämpfe gibt die Tafel §. 319. $m = 5{,}815$, also nimmt das Wasser bis zum Sieden eine Hitze an

von $212 + 2{,}025 . 4{,}815 . 27$ Fahr. Grad

d. i. $212 + 263$ oder 475°

Und diese Hitze erlangt also das Wasser, wenn die Steigröhre 149,26 Fuß hoch ist (§. 319.), wodurch das Wasser getrieben wird.

Hieraus ergibt sich folgendes Täfelchen:

Höhe, zu der das Wasser durch die Dämpfe getrieben wird.		Zugehörige Wärme des Wassers in Fahr. Gr.
11,47 Fuß	$= x$	232,25
22,97	$= x^{I}$	252,50
34,44	$= x^{II}$	272,75
57,41	$= x^{III}$	313,25
91,85	$= x^{IV}$	374,00
126,29	$= x^{V}$	434,79
149,26	$= x^{VI}$	475,25

Hier

Hier ist

$$212 + 1{,}76 \cdot x = 232{,}2$$
$$212 + 1{,}76 \cdot x^{I} = 253{,}4$$
$$212 + 1{,}76 \cdot x^{II} = 272{,}6$$
$$212 + 1{,}76 \cdot x^{III} = 313{,}0$$
$$212 + 1{,}76 \cdot x^{IV} = 373{,}7$$
$$212 + 1{,}76 \cdot x^{V} = 434{,}3$$
$$212 + 1{,}76 \cdot x^{VI} = 474{,}7$$

§. 321.

Wenn man also die Höhe, zu der das Wasser getrieben werden soll, in Fußen $= x$ setzt, so gibt sich die zugehörige Wärme des Wassers, die γ heisen soll, durch die Formel $\gamma = 212 + 1{,}76\,x$ Fahrenheitische Grad oder 1,76 Grad über den gewöhnlichen Siedpunkt, indem diese Formel noch bis auf $x = 149{,}26$ sehr genau mit den angeführten wirklichen Beobachtungen übereinstimmt. Nach dieser Formel ist nun folgende Tafel berechnet.

Höhe, zu der das Wasser durch die Dämpfe getrieben wird.*)	Zugehörige Fahr. Wärme-Grade des Wassers im Kessel.
$x =$ 10 Fuß	$\gamma =$ 229,6
15	238,4
20	247,2
25	256,0
30	264,8
35	273,6
40	282,4
45	291,2
50	= 300,0
55	= 308,8
60	= 317,6

Höhe,

*) Wenn nämlich die Atmosphäre auch entgegen druckt, daher hier die Dämpfe eigentlich einer Wassersäule von der Höhe $x + 31$ das Gleichgewicht halten.

Höhe, zu der das Wasser durch die Dämpfe getrieben wird.	Zugehörige Fahr. Wärme-Grade des Wassers im Kessel.
$x =$ 65 Fuß	$\gamma =$ 326,4
70	335,2
75	344,0
80	352,8
85	361,6
90	370,4
95	379,2
100	388,0
105	396,8
110	405,6
115	414,4
120	423,2
125	432,0
130	440,8
135	449,8
140	458,4
145	467,2
150	476,0

§. 322.

Ich habe über diese Tafel verschiedenes anzumerken.

Fürs erste ist es in der That sehr bemerkenswerth, daß die Gleichung zwischen den Fahrenheitschen Wärmegraden des Wassers und der Höhe, zu der das Wasser aus dem Kessel durch die Röhre hinaufgetrieben wird, so äußerst einfach ausfällt, nämlich $\gamma = 212 + 1{,}76 \cdot x$, und daß daher die Höhe, zu der das Wasser getrieben wird, so genau mit dem Thermometer zu gleichen Schritten fortgeht, nämlich bey jedem Fahrenh. Grad um 1,76 Fuß weiter. Es wirkt also die Wärme im Kessel mit der Röhre, auf die Ausdehnung der Dämpfe und des

Wassers

Wassers zusammen genommen völlig eben so, wie im Thermometer auf die Ausdehnung des Queckfilbers, nur nach einem größern Maasstab.

Fürs andere erhellet daraus die erstaunende Hitze, zu der das Wasser im Kessel erwärmt werden muß, wenn die Höhe der Röhre sehr beträchtlich wird. Bey der Höhe von 150 Fuß beträgt die Hitze schon 476 Grad; es ist aber die Wärme des schmelzenden Zinns nur 420 Grad; also übertrift in diesem Fall die Wärme des Wassers im Kessel schon beträchtlich die Hitze des schmelzenden Zinns.

Aus der Formel $\gamma = 212 + 1{,}76 \cdot x =$ folgt $x = \frac{\gamma - 212}{1{,}76}$. Nun ist die Hitze des schmelzenden Kupfers = 1450 Fahr. Grad. Soll also das Wasser durch die Dämpfe auf eine Höhe, die größer als $\frac{1450 - 212}{1{,}76}$ oder größer als 704 Fuß ist, getrieben werden, so erlangt das siedende Wasser im Kessel eine Hitze, welche die vom schmelzenden Kupfer übertrift; und ein kupferner Kessel könnte also die hierzu erfoderliche Hitze, ohne zu schmelzen, nicht aushalten.

§. 323.

Wäre die aus dem Kessel hervorgehende Röhre enge und kurz, und wäre nahe über dem Kessel mit einem Hahn versehen, wodurch man die Röhre willkührlich öfnen und verschließen könnte, so könnten auch die Dämpfe gebraucht werden, ein Springwerk zu bewirken.

Ließe man z. B. die Röhre so lang verschlossen, bis das Wasser zum 600ten Fahrenh. Grad erhitzt wäre, so hätte man aus §. 321. das zugehörige

$x =$

$$x = \frac{600 - 212}{1,76} = 220 \text{ Fuß.}$$

Und das Wasser würde also nach dem Mariottschen Lehrsatz auf eine Höhe von 147 Fuß springen, wenn man nunmehr den Hahn öfnete.

Die Natur selbst zeigt ein solches äußerst merkwürdiges Springwerk in der heißen Fontaine auf Island im sogenannten Geyser. Diese von der Natur bewirkte Fontaine wirft oft einen äußerst erhitzten Wasserstrahl von 19 Fuß Dicke auf eine Höhe von 360 bis 420 Fuß (Bergm. Geogr. T. I. p. 288.).

Diese Erscheinung läßt sich aus dem Bisherigen sehr wohl erklären. Man weiß nicht, wie tief hier der eigentliche Wasserkessel noch unter der obern Oefnung liegt. Wenn ich inzwischen von diesem Kessel an den ganzen Strahl nur 500 Fuß hoch annehme, so muß dennoch das Wasser in dieser Tiefe äußerst erhitzt seyn. Soll nämlich das Wasser 500′ hoch springen, so müßte es in einer Röhre nach dem Mariott. Lehrsatz auf eine Höhe von 1333 Fuß hoch steigen. Hieraus giebt sich nun der Wärmegrad des Wassers im Wasserbehälter nach §. 321.

$$\gamma = 212 + 1,76 \cdot 1333 = 2528°$$

Diese Hitze übertrift die Hitze des geschmolzenen Eisens noch mehr als 900°. Ich füge nur noch zu Erklärung dieser Begebenheit hinzu, daß es gar nicht nöthig ist, daß das aufsteigende oder springende Wasser selbsten die Hitze des im Kessel befindlichen Wassers habe, sondern weit weniger erhitzt, ja sogar ganz temperirt seyn könne, wie aus den folgenden Sätzen näher erhellen wird. Es widerspricht also der bisherigen Theorie nicht, was von

der erwähnten heißen Fontaine weiter bekannt ist, daß nämlich der springende Strahl zwar mehr als siedheis, doch aber bey weitem nicht zu 2528° erhitzt ist.

§. 324.

Ich habe nämlich eine dergleichen Dampfmaschine zu Betreibung der Soole auf die obern Kästen der Gradirhäuser in dem 2ten Band der Sammlung praktischer Bemerkungen für Freunde der Salzwerkskunde vorgeschlagen. Der Kessel ist so eingerichtet, daß die Soole aus dem untern Bassin eines Gradirhauses in den Kessel lauft, bis solcher auf eine gewisse Höhe mit Soole angefüllt ist, da dann hiernächst das Zulaufen von selbsten aufhört, und das Steigen der Soole durch die Steigröhre in den obern Kasten des Gradirhauses anfängt, und bis zur gehörigen Ausleerung des Kessels fortgeht, worauf die Soole aus dem untern Bassin wieder von selbsten den Kessel füllt u. s. f. Ich hatte hierbey die vorzügliche Absicht, daß die Soole mit dieser Maschine beständig heis in den obern Gradirhauskasten gefördert würde, welches beym Gebrauch der Engl. Dampfmaschine nicht geschieht.

Wie ausserordentlich Wasser, das durch Dämpfe sehr hoch getrieben wird, ausdämpfen müsse, läßt sich schon aus (ℏ §. 307.) übersehen.

Wird z. B. das Wasser 150 Fuß hoch getrieben, so muß es zu 476 Fahr. Grade erhitzt werden (§. 321.). Nun gehört zum 476° Fahr. zuverlässig $w > 400°$. Wenn ich inzwischen nur $w = 400$ setze, und nun aus (ℏ §. 307.) λ berechne, so findet sich

$\lambda =$

$\lambda = 208.64 + 37{,}6.16 + 56{,}64 = 13970{,}24$ Linien.
$= 1164{,}2$ Zoll oder 97 Fuß.

Folglich betrüge in 1 Stunde die Ausdünstung schon 582 Linien und in jeder Minute $9\frac{2}{3}$ Linien.

Demnach würde schon hiernach die Ausdünstung des Wassers über 3000 mal so stark seyn, als bey gewöhnlicher Witterung (z. B. im May.). Aber freylich nur zunächst beym Ausguß im Kasten.

Vergleicht man die Zahl 13970 mit dem Werth von λ für $f = 212°$, so ergiebt sich aus der Tafel §. 316. daß in dem hier erwähnten Fall die Abdämpfung $\frac{13970}{278}$ d. i. 50 mal so stark ist, als die vom heißen Wasser, welches in freyer Luft siedend geworden ist.

§. 325.

Diese Maschine hat zwar vor der Englischen außer dem für Gradirhäuser beträchtlichen Vortheil, daß sie die Soole bey größter Hitze auf die obern Kästen der Gradirhäuser bringt, auch noch diese, daß sie mit weit mindern Kosten angelegt und unterhalten werden kann, auch keine Pumpe und Kunstgestänge braucht, und, so zu reden, ohne alle Friktion wirkt. Aber der Nachtheil, daß die mit vielem Holzaufwand einmal erhitzte Soole nachher sogleich aus dem Kessel wieder herauskommt, und sofort die wieder hineingelassene kalte Soole erst wieder mit einem neuen starken Holzaufwand aufs neue erhitzt werden muß, wodurch der Holzaufwand ausserordentlich viel größer wird, als bey der Englischen Maschine, welche das einmal siedend gewordene Wasser nur siedend unterhält, ist dagegen so beträchtlich, daß sie,

bevor Versuche damit gemacht sind, wohl schwerlich der Englischen vorgezogen werden wird. Dieß hat mich veranlaßt, auf eine Verbesserung meiner Maschine zu denken, und den Gedanken, die Soole heis auf die oberen Kästen der Gradirhäuser zu bringen, fahren zu lassen, oder vielmehr denen, welche diesem Gedanken keinen Beyfall geben, zu zeigen, wie sich meine Maschine, wenn man wie durch die Englische die Soole kalt aufförderm, also dadurch nur ein Förderungsmittel gewinnen will, doch noch mit weit größerm Vortheil als die Englische gebrauchen läßt, die Gradirhäuser damit zu betreiben. Man darf nämlich die ganze Einrichtung so lassen, wie ich sie in der angeführten Sammlung prakt. Bemerk. beschrieben habe, nur daß man den dortigen Kessel (hier A Fig. 3.) nicht zum Siedkessel macht, sondern zum Sieden des Wassers wieder einen besondern Kessel B anlegt, und solchen mit dem A durch eine Kommunikationsröhre a b c d verbindet, die mit einer Wendungspippe C, wie bey Wassersäulenmaschinen versehen ist. Der Kessel A bekommt aus dem untern Bassin des Gradirhauses die Soole, während dem die Kommunikationsröhre durch die Wendungspippe C verschlossen ist; der Kessel B erhält die Soole oder bloßes Wasser durch eine Röhre f g; das Wasser in B bleibt beständig kochend und erzeugt die Dämpfe, welche nach Umdrehung der Wendungspippe durch die Kommunikationsröhre a b c d durchströhmen, und bey zunehmender Stärke auf den Spiegel der Soole in A so drucken, daß solche in der Röhre p q aufwärts steigen muß. s. unten §. 380.

§. 326.

Bey dem Geyser auf Island ist es sehr muthmaslich, daß die Natur selbst eine solche Einrichtung getroffen

fen habe, daß die in einer gewissen Kluft sich erzeugenden heißen Dämpfe durch natürliche Kanäle zu andern mit Wasser angefüllten Behältern durchdringen, und nun aus demjenigen Behälter, welcher über sich einen Ausgang aus dem Gebirg hat, das Wasser empor treiben, da dann dieses emporsteigende Wasser zwar auch theils durch die heißen Dämpfe, theils durch die sich fortpflanzende Wärme des Gebirgs siedheis, und mehr als siedheis erscheinen, doch aber eine weit geringere Wärme, als das in der Hauptkluft befindliche haben kann.

Von den Dampfmaschinen soll in der Folge noch besonders gehandelt werden; zunächst will ich erst noch einige andere pyrometrische Sätze hier beyfügen.

§. 327.

Eine Folge aus dem Bisherigen wäre diese, daß es in den Salzsiedereyen vielleicht einen sehr beträchtlichen Vortheil bringen würde, wenn man die Soole in völlig verschlossenen Kesseln zu einer so äußerst starken Hitze brächte, alsdann plötzlich den Deckel eröfnete und nun die Soole abdämpfen ließe. Die nachherige außerordentliche Abdämpfung würde wohl den anfänglichen größern Holzaufwand reichlich vergüten.

§. 328.

Ehe ich noch eine andere Folge erwähnen kann, muß ich folgenden der Erfahrung gemäßen Satz beybringen: Wenn man x Kub. Zolle Wasser von m Fahrenh. Graden y Kub. Zollen Wasser von n Fahrenh. Graden vermischt, so ist der Wärmegrad der Mischung

$$\frac{x.m+y.n}{x+y}$$ Fahrenh. Grade.

§. 329.

Hat man nun zwo prismatische Gefäße, deren Querschnitte sich wie φ, ψ verhalten, gleich hoch mit Wasser angefüllt, dessen Wärmegrad im ersten Gefäß $= m$ Fahr. Grade, im andern $= n$ Fahr. Grade ist, und man vermischt nun beyde in einem dritten prismatischen Gefäß, dessen Querschnitt $= \varphi + \psi$ ist, zusammen, so ist die Ausdünstung der Mischung von der Summe der Ausdünstungen in beyden kleinern Gefäßen verschieden.

Es sey z. B. $\varphi = 10$, $\psi = 12$, $m = 80$, $n = 212$, so beträgt die Ausdünstung in 24 Stunden (§. 316.)

im Gefäß von 80° Wärme 7,4 Linien.
" 212° " 278,0 "

Beyde in ein Gefäß, dessen Querschnitt $\varphi + \psi$ ist, zusammen gegossen, erlangen den mittlern Wärmegrad

$$\frac{10 \cdot 80 + 12 \cdot 212}{10 + 12} = 152 \text{ Fahr. Grade}$$

und hiervon beträgt die Ausdünstung in 24 St. 71 Linien.

Es verhält sich die Summe der Ausdünstungen aus beyden Gefäßen zur Ausdünstung der Mischung in gleicher Zeit

wie $7{,}4 \cdot 10 + 278 \cdot 12$ zu $71 \cdot (10 + 12)$
d. i. wie 3410 zu 1562

es verdunstet also aus beyden Gefäßen zusammen genommen, mehr als doppelt so viel als aus der Mischung, wenn gleich die Oberfläche der Mischung so groß ist, als die Oberflächen der einzelnen Gefäße zusammen genommen.

§. 330.

§. 330.

Man ersieht auch aus §. 316., daß die Abdämpfung bey weitem schneller abnimmt, folglich auch bey weitem schneller wächst, als die Wärme. Ein geringer Nachlaß in der Hitze z. B. von 212° auf 200° bringt die Abdämpfung schon von 278 auf 214. Es ist also beträchtlicher Nachtheil für den Holzaufwand, wenn man die Feurung nicht während dem Sieden stark genug unterhält, zumal da selbst die Hitze bey einigem Nachlaß der Feurung oder der wärmenden Kraft gleich anfangs am schnellsten abnimmt, wie das Folgende beweisen wird.

§. 331.

Ueber die Abnahme der Wärme hat Hr. Lamb. Pyr. S. 141. u. f. f. Berechnungen und damit übereinstimmende Versuche angestellt.

Wenn eine Kugel bis zu Y° höher als die sie umgebende Luft erwärmt, und nun nach τ Minuten nur noch y° wärmer als die äußere Luft ist, so bestätigt sich durch Versuche, daß, wenn $d\tau$ als beständig angesehen wird, $\frac{dy}{y}$ sich wie $d\tau$ verhalte. Stellt also σ eine beständige Größe vor, so läßt sich dieses so ausdrucken

$$\frac{-dy}{y} = \frac{d\tau}{\sigma}$$ (h

denn die Differentialien sind einander entgegen gesetzt, weil y abnimmt, wenn τ wächst.

Es ist also

$$-\,d\,\text{lognat}\,y = \frac{d\tau}{\sigma}$$

und $$-\text{lognat } y = \frac{\tau}{\sigma} + \text{Const.}$$

Nun ist für den Anfang der Abkühlung d. i. für: $\tau = 0$

$$y = Y$$

Also $$-\text{lognat } Y = 0 + \text{Const.}$$

$$\text{d. i. Const.} = -\text{lognat } Y$$

und daher

$$-\text{lognat } y = \frac{\tau}{\sigma} - \text{lognat } Y$$

Oder $$\text{lognat } \frac{Y}{y} = \frac{\tau}{\sigma} (\sigma$$

Nun ist lognat 2,71828818.... = 1, also

$$\text{lognat } \frac{Y}{y} = \frac{\tau}{\sigma} \cdot \text{lognat } 2,71828818...$$

$$= \text{lognat } 2,718^{\tau:\sigma}....$$

Und daher $$\frac{Y}{y} = 2,718....^{\tau:\sigma}$$

also $$y = Y \cdot 2,71828818...^{-\tau:\sigma}$$

§. 332.

Herr Lambert beobachtete die Abnahme der Wärme eines Thermometers mit Weingeist, nachdem er es zu 54,7° erwärmt, und dann in eine kältere Luft gebracht hatte. Anfangs war also $y = Y$, nach 12 Minuten war es um 31° gefallen, und nach 24 Minuten um 39,3°; man hat also

für	$\tau = 0$;	12;	24
	$y = Y$;	$Y - 31$;	$Y - 39,3$.

Wei[

Weil nun nach der Hypothese, worauf sich die Formel (♄) gründet, die Werthe von y in einer geometrischen Proportion stehen, so hat man

$$Y \cdot (Y - 39{,}3) = (Y - 31)^2 .$$

mithin $Y^2 - 39{,}3 \cdot Y = Y^2 - 62 \cdot Y + 961$

und daher $Y = \frac{961}{227} = 42{,}33$

Es ist also der anfängliche Ueberschuß der Thermometerwärme über die Wärme der äußern Luft $= 54{,}7 - 42{,}33 = 12{,}37°$, und es ist also die Wärme der äußern Luft $= 12{,}37°$ nach eben dem Thermometer.

§. 332. *)

Wenn man auf einer graden Linie die Werthe von τ als Abscissen abschneidet, und nun die zugehörigen y nimmt, so ergibt sich eine logarithmische Linie, deren Subtangente σ ist. Der Werth dieser Subtangente läßt sich aus (♂ §. 331.) herleiten, nämlich

$$\sigma = \frac{\tau}{\text{lognat } \frac{Y}{y}}$$

Man nehme also ein Paar zusammen gehörige Werthe von y, τ, z. B. $\tau = 12$, $y = Y - 31 = 42{,}33 - 31$ (§. 328.) $= 11{,}33$; so hat man

$$\frac{Y}{y} = \frac{42{,}33}{11{,}33} = 3{,}736$$

und lognat $3{,}736 = 1{,}3182832$;

folglich $\sigma = \frac{12}{1{,}31828\ldots} = 9{,}10$ Minuten.

Nähme man ein Paar andre zusammen gehörige Werthe von y, τ, z. B. $\tau = 24$, $y = Y - 39,3 = 42,33 - 39,3 = 3,03$; so wäre

$$\frac{Y}{y} = \frac{4233}{303} = 13,97 \text{ und lognat } 13,97 = 2,6369122$$

folglich $$\sigma = \frac{24}{2,6369} = 9,10 \text{ Minuten}$$

wie vorhin. Herr Lambert setzt aber, ohne zu sagen warum, $\sigma = 8,73$.

§. 333.

Nach Verfluß der Zeit τ ist

$$y = Y \cdot 2,71828 \ldots^{-\tau : \sigma} \quad (\S\ 331.)$$

welches noch der Ueberschuß der Thermometerwärme über die Temperatur der äußern Luft ist; diese Temperatur ist aber $= 12,37°$ (§. 329). Nennt man also den Wärmegrad des Thermometers, nach Verfluß der Zeit τ, γ; so hat man

$$\gamma = Y \cdot 2,71828 \ldots^{-\tau : \sigma} + 12,37°$$

$$= 42,33 \cdot 2,71828 \ldots^{-\tau : 9,1} + 12,37°$$

Bedeutet also $n(\ )$ die zu dem innerhalb den beyden Haken eingeschlossenen Logarithmen gehörige Zahl, so ist

$$\gamma = 12,37 + n(\log br. 42,33 - \frac{\tau}{9,1} \log br. 2,71828 \ldots)$$

Oder

$$\gamma = 12,37 + n(1,6266483 - 0,0477246 \cdot \tau)$$

Aber Hr. Lambert setzt, wiederum ohne zu zeigen, wie er seine Formel berechnet, (Pyr. S. 145.)

$$\gamma = 13 + n(1,61805 + 0,04972 \cdot \tau)$$

wo

wo überdas + zwischen den Haken ein Druckfehler ist, wofür — gelesen werden muß. Inzwischen zeigen die Resultate aus Hrn. Lamberts und meiner Formel keine merkliche Verschiedenheit. So findet Hr. Lambert nach seiner Formel z. B. für $\tau = 16$,

$$\gamma = 19,6°$$

und meine Formel gibt

$$\gamma = 19,66°$$

Uebrigens zeigen Hrn. Lamberts Beobachtungen a. a. O. daß die wirkliche Beobachtungen mit denen nach dieser Formel berechneten ungemein gut zusammen stimmen.

§. 334.

Aus der Formel

$$\gamma = 12,37 + 42,33 \cdot (2,71828\ldots)^{-\tau : 9,1}$$

ergibt sich auch nach gehöriger Rechnung

$$\tau = 34,1 - \frac{\text{logbr.}\,(\gamma - 12,37)}{0,0477246}$$

Diese Formel dient zu berechnen, in wie viel Minuten das zu 54,7° erwärmte Thermometer, wenn es in die Luft, deren Temperatur 12,37° ist, gestellt wird, bis auf γ Grade kommt.

Setzt man also die Zeit, worin das nämliche Thermometer bis auf $54,7 + g$ Grade kommt $= t$, so ist

$$t = 34,1 - \frac{\text{logbr.}\,(54,7 + g - 12,37)}{0,0477246}$$

Nun ist die Zeit, worin das Thermometer, wenn die Temperatur der Luft 12,37° ist, von $54,7 + g$ Grad zu γ Grad fällt,

$$= -t + \tau$$

Setzt

Setzt man also $54{,}7 + g = G$, und die Zeit, worin das Thermometer von G Grad auf γ Grad herabfällt $= T$, so hat man allgemein

$$T = -t + \tau = \frac{\log br.(G - 12{,}37) - \log br.(\gamma - 12{,}37)}{0{,}0477246}$$

beynahe $= 21 . [\log br.(G - 12{,}37) - \log br.(\gamma - 12{,}37)]$

Ex. Man soll die Zeit T bestimmen, worin das vorige Thermometer von 90° auf 80° fällt, wenn die Temperatur der äußern Luft 12,37° ist.

Hier ist $G = 90°$, $\gamma = 80°$, also

$T = 21 . (\log br. 77{,}63 - \log br. 67{,}63)$
$= 21 . (1{,}8900 - 1{,}8301)$
$= 1{,}258$ Minuten.

Wenn hingegen das Thermometer von 90° bis auf 20° herabfallen soll, so wird $G = 90$, $\gamma = 20$, also

$T = 21 . (\log br. 77{,}63 - \log br. 7{,}63)$
$= 21 . (1{,}8900 - 0{,}8825)$
$= 21{,}157$ Minuten.

Also braucht das Thermometer um 70 Grad unter 90 zu fallen 21,15 Minuten, da es zu 10° unter 90° d. i. zu $\frac{1}{7}$ dieses Falls nur 1,25 Minuten braucht.

Rechnet man hiernach fort z. B. für $G = 1000°$, so ist die Zeit, worin es von 1000 um 100° also auf 900° herabfällt,

$T = 21 . (\log br. 987{,}6 - \log br. 887{,}6)$
$= 21 . (2{,}9945 - 2{,}9482)$
$= 0{,}972$ Minuten.

Bey einer so großen Hitze würde also das Thermometer von der äußern Luft schon in weniger als 1 Min. um 100 Grad abgekühlt werden.

§. 335.

§. 335.

Es erhellet also, daß die Hitze der Körper in den ersten Minuten, wo sie einer kältern Luft ausgesetzt werden, überaus schnell abnimmt, und da die Verdämpfung noch schneller als die Hitze abnimmt, so folgt, daß solche, sobald die wärmende Kraft nachläßt, unglaublich schnell abnehmen müsse. Hierdurch wird also das bestätigt, was ich §. 330. gesagt habe. Auch erhellet hieraus, wie überaus schnell die Wirkung einer Dampfmaschine abnehmen müsse, sobald die zu einem bestimmten Effekt erfoderliche Feurung nur um ein weniges nachläßt.

§. 336.

Hierhin gehört auch noch die Beantwortung einer Frage, welche mir bey Untersuchung einer Gradir- und Siedungs-Einrichtung vorgekommen ist.

Wie wird die Abdünstung aus einer Pfanne mit Wasser, das anfangs siedend gemacht worden, nachher aber einen beständigen Zufluß kalten Wassers und einen so starken Abfluß leidet, daß die Pfanne bey beständig gleicher Feurung immer gleich voll bleibt, von Minute zu Minute sich verhalten?

Eigentlich muß in jeder Minute etwas mehr zufliesen, als wirklich abfließt, wenn die Pfanne gleich voll bleiben soll, weil die Abdämpfung gleichfalls die Wassermenge in der Pfanne vermindert.

Man muß also den dem Zufluß gleichen Abfluß so verstehen, daß darunter die Abdämpfung mit begriffen ist.

Ich will nun zuerst einen besondern Fall vornehmen.

Z. B. Man hat eine 400 Kub. Fuß haltende Pfanne, deren Boden etwa 300 Quadr. Fuß hält,

woraus

woraus in jeder Minute 20 Kub. Fuß abfliesen sollen, die aber beständig wieder ersetzt werden; das Wasser nehme ich zuerst siedend an, daß also sein Wärmegrad in der 1ten Minute des Ablaufens auf 212° Fahrenh. Thermom. gesetzt werden kann; den Wärmegrad des beständig wieder in die Pfannen zufliesenden Wassers darf ich auf 68 Grad setzen. Nun fragt man, wie die Wärme des Wassers in der Pfanne vom Anfang des Ab- und Zufliesens von Minute zu Minute abnehmen werde?

Auflös. Nach angestellten Probesiedungen kann ich mit aller Sicherheit annehmen, daß 400 Kub. Fuß Wasser in der Pfanne bey ordentlicher Feurung in 100 Minuten zu 212° Wärme gelangen, also 4 Kub. Fuß in 1 Minute.

Nun sehe ich die Sache so an, als ob in 1 Minute 16 Kub. Fuß Wasser von 68°, und 4 Kub. Fuß von 212° der Pfanne zuflössen; Diese Mischung erhält aber nach Crawfords Theorie eine mittlere Wärme von $\frac{16.68+4.212}{16+4} = 96{,}8°$.

Die Mischung dieser 20 Kub. Fuße von 96,8° warmen Wassers mit 400 — 20 oder 380 Kub. Fuß von x Grad gibt eine Mischung von $\frac{20.96{,}8+380.x}{20+380}$ oder $4{,}84+0{,}95.x$ Grade.

Nun ist in der 1ten Minute $x = 212°$, also in der 2ten der Wärmegrad des Wassers in der Pfanne 206,24 Grad. Setzt man nun aufs neue $x = 206{,}24$, so findet sich für die 3te Minute der Wärmegrad 200,77; diesen wieder statt x gesetzt, gibt

gibt für die 4te Minute 195,57°. Ueberhaupt für die τte Minute den Wärmegrad

$(1+0{,}95+0{,}95^2+0{,}95^3 \ldots\ldots+0{,}95^{\tau-1})$

$\cdot 4{,}84+0{,}95^{\tau}\cdot 212 = 96{,}8+115{,}2\cdot 0{,}95^{\tau}$ (†

Ex. Die Wärme des Wassers in der Pfanne nach Verlauf einer Stunde zu finden.

Auflös. Man setze hier $\tau = 60$, so ist $\log.(115{,}2\cdot 095^{60}) =$

$= 2{,}0614525 - 1{,}3365840 = 0{,}7248685$

Und die zugehörige Zahl $= 5{,}30$

also der gesuchte Wärmegrad $= 96{,}8 + 5{,}3$

$= 102{,}1$ Grad.

So viel erhellet, daß nach einigen Stunden die Größe $115{,}2 \cdot 0{,}95^{\tau}$ schon unmerklich klein wird, und die Wärme alsdann in den Beharrungsstand kommt, in welchem sie also allemal zu 97° angenommen werden kann.

Allgemeiner ließe sich die Auflösung so abfassen: die Pfanne soll p Kub. Fuß halten, und ihr Ab- und Zufluß in 1 Minute a Kub. Fuß betragen, so ists wie vorhin so gut, als wenn der Pfanne beständig eine Mischung von 4 Kub. Fuß 212 Grad, und a — 4 Kub. Fuß von 68 Grad warmen Wassers zuflösse, woraus dann der mittlere Wärmegrad $\frac{(a-4)\cdot 68 + 4\cdot 212}{a} = 68 + \frac{576}{a}$ Grad beträgt. Die Mischung dieser a Kub. Fuß von $68 + \frac{576}{a}$ Grad warmen Wassers mit p — a Kub. Fuß von x Grad gibt in der Pfanne eine Mischung von

$$\frac{a.\left(68+\frac{576}{a}\right)+(p-a).x}{p}\text{ Grad}$$

$$=\frac{68.a}{p}+\frac{576}{p}+\left(1-\frac{a}{p}\right).x$$

Hieraus ergibt sich nun auf die Art wie im obigen besondern Fall, der Wärmegrad des Wassers in der Pfanne in der τten Minute

$$=\left[1+\left(1-\frac{a}{p}\right)+\left(1-\frac{a}{p}\right)^2+\left(1-\frac{a}{p}\right)^3\ldots.\right.$$
$$\left.+\left(1-\frac{a}{p}\right)^{\tau-1}\right].\frac{68.a+576}{p}+\left(1-\frac{a}{p}\right)^{\tau}.212$$

$$=\frac{p.\left[1-\left(1-\frac{a}{p}\right)^{\tau}\right]}{a}.\frac{68.a+576}{p}+\left(1-\frac{a}{p}\right)^{\tau}.212$$

$$=\left[1-\left(1-\frac{a}{p}\right)^{\tau}\right].68+\frac{576}{a}+211.\left(1-\frac{a}{p}\right)^{\tau}$$

$$=68+\frac{576}{a}+\left[212-\left(68+\frac{676}{a}\right)\right].\left(1-\frac{a}{p}\right)^{\tau}$$

$$=68+\frac{576}{a}+\left(144-\frac{576}{a}\right).\left(1-\frac{a}{p}\right)^{\tau}$$

§. 337.

Ex. Es sey $p=500$ und $a=5$, man suche den Wärmegrad des Wassers in der Pfanne nach Verlauf einer Stunde.

Hier ist $\tau=60$, also $\left(1-\frac{a}{p}\right)^{\tau}=\left(1-\frac{1}{100}\right)^{60}$

$$=0,99^{60}$$

ferner

ferner $144 - \frac{576}{a} = 144 - \frac{576}{5} = 28{,}8$

Nun ist logbr. $28{,}8^{60} \cdot 0{,}99 = 1{,}4332037$

Und die zugehörige Zahl $= 27{,}12$

folglich der gesuchte Wärmegrad $= 68 + \frac{576}{5} + 27{,}12 = 210{,}32$

Nach einigen Tagen wird τ so groß, daß $\left(1 - \frac{a}{p}\right)^{\tau}$ als eine unbeträchtliche Größe außer Acht gelassen werden kann, und die Wärme in den Beharrungsstand tritt. In diesem Beharrungsstand bleibt nun der Wärmegrad allemal $= 68 + \frac{576}{a}$, also in gegenwärtigem Fall $= 68 + \frac{576}{5} = 183{,}2$.

Nach dieser allgemeinen Formel ergibt sich der Wärmegrad des Wassers in der Pfanne von 5 zu 5 Minuten, wenn man für τ nach und nach die Werthe 5, 10, 15, 20.... setzt, und $a = 20$, $p = 400$ nimmt, und die zugehörige Ausdünstung aus obiger Tafel §. 316. wobey es wohl verstattet ist, für die ersten 5 Minuten die Abdünstung zu nehmen, welche nach angeführter Tafel zu dem mittlern Wärmegrad, zwischen denen zu $\tau = 0$ und $\tau = 5$ gehörigen Graden, gehört u. s. f.

Eigentlich müßte man so verfahren: für jede Zeit τ (in Minuten) hätte man

$$f = 68 + \frac{576}{a} + \left(144 - \frac{576}{a}\right) \cdot \left(1 - \frac{a}{p}\right)^{\tau}$$

welches sich kurz so ausdrucken läßt:

$$f = \alpha + \beta . \delta^{\tau}$$

also (§. 303.)

$$w = 233 - \sqrt{\left[60913 - 207 . (\alpha + \beta . \delta^{\tau})\right]}$$

Nun ist für eine eine einzele Minute (§. 307.) die Abdämpfung in Linien

$$\lambda = \frac{208}{1440} . \left(\frac{w}{100}\right)^3 + \frac{37,6}{1440} . \left(\frac{w}{100}\right)^2 + \frac{0,1416}{1440} . w$$

In dieser Formel müßte man also den eben erwähnten Werth von w statt w setzen, so ergäbe sich eine Gleichung zwischen λ und τ, woraus sich also für jedes τ unmittelbar λ finden ließe.

Nun ließen sich die Werthe von τ als Abscissen, und die zugehörigen λ als Ordinaten betrachten, und nun gäbe $\int \frac{\lambda . d\tau}{\tau}$ die zu τ Minuten gehörige mittlere Ausdünstung für jede Miuute, so daß in τ Minuten die Abdünstung

$$\tau . \int \frac{\lambda . d\tau}{\tau}$$

wäre. Allein dieses weitläufige Verfahren würde mit so vielen Schwierigkeiten verwebt seyn, daß doch an kein völlig genaues Resultat zu denken wäre; Und da die Natur der Sache ohnehin schon keine sehr große Genauigkeit verstattet, so ist das vorher vorgeschlagene sehr kurze Verfahren hier hinlänglich.

Man erhält nämlich aus §. 336. (ϑ für den Wärmegrad des Wassers in der Pfanne in unserm obigen Exempel

γ =

$$\gamma = 96{,}8 + 115{,}2 \cdot n \cdot (-0{,}022764 \cdot \tau)$$

Und hiernach ist folgende Tafel berechnet worden.

Zeit in Min.	Wärmegrad des Wassers in der Pfanne nach Fahrenh.	Mittlere Grad von 5 zu 5 Min.	Die von 5 zu 5 Min. erfolgte Ausdünst. in $\frac{1}{1440}$ Theilen einer Linie.
$\tau = 0$	$\gamma = 212°$	0	0
5	186,0	199,0	212,0
10	165,8	175,9	126,0
15	150,1	157,9	80,0
20	138,1	144,1	57,0
25	128,7	133,4	39,0
30	121,5	125,1	35,0
35	115,9	118,7	28,0
40	111,6	113,7	24,0
45	108,3	109,9	21,6
50	105,7	107,0	19,8
55	103,7	104,7	18,3
60	102,1	102,9	17,1
65	100,9	101,5	16,0
70	100,0	100,4	15,4
75	99,2	99,6	15,0
80	98,7	98,9	14,9
85	98,3	98,5	14,8
90	97,9	98,1	14,7
95	97,7	97,8	14,6
100	97,5	97,6	14,5
Summe der Abdämpfung in 100 Min.			797,7

Es verdunsten also in 100 Minuten $\frac{797}{1440}$ oder beyläufig mehr nicht als $\frac{1}{2}$ Linie. Nähme man das Mittel zwischen 212 und 97,5 also 154,7 Grad, nämlich die mittlere Wärme für 100 Minuten, so wäre die zugehörige

rige Verdunstung in 1 Minute $\frac{75,8}{1440} = 0,052$ Linien, also in 100 Minuten 5,2 Linien, folglich wäre die nach der mittlern Wärme berechnete Verdunstung um mehr als 10 mal zu groß.

§. 337. *)

Man ersieht hieraus, wie die bisherige Theorie der Wahrheit beträchtlich näher führt, als man durch eine ohne alle Theorie oder nur schlechthin nach dem Mittel vorgenommene Berechnung zu kommen im Stand wäre. Auf eine ähnliche Weise ließe sich auch die Verdunstung eines der freyen Luft ausgesetzten Gefäßes mit erwärmtem Wasser in gegebener Zeit berechnen, wenn das Gesetz der Verkältung bekannt wäre.

Es fehlt aber hierin noch zu sehr an Versuchen, die ich vielleicht in der Folge noch anzustellen Gelegenheit habe.

Von Dampfmaschinen.

§. 338.

Man weiß es schon aus alltäglichen Erfahrungen, daß die Dämpfe niemalen den Grad der Wärme haben, als das Wasser, aus welchem die Dämpfe aufsteigen. Auch in völlig verschlossenen Kesseln ist dieses nicht anders zu erwarten; denn steigen darin die Dämpfe gleich zu einer weitern größern Wärme, als in freyer Luft, so steigt dagegen auch das siedende Wasser darin zu einem weit höhern Wärmegrad als in offenen Gefäßen. Dieses ist weitläuftiger und bestimmter schon oben §. 319. u. f. f. gewiesen worden. Inzwischen war ich begierig, genauer zu sehen, was für Wärmegrade der Dämpfe

und

und des siedenden Wassers zusammen gehören, wenigstens auf ein Beynahe. Ich bediente mich hierzu des Täfelchens §. 319. und bemerkte, daß auf eine gute Strecke die Kraft der Dämpfe sich beynahe eben so in geometrischer Verhältniß ändere, wie der Thermometerstand in arithmetischer. Ich nehme daher a. a. O. die Kraft 1,37 als das erste Glied einer geom. Reihe an; 5,81 als das letzte, und den Unterschied beyder zugehörigen Wärmegrade 289 — 141 d. i. 148 als die Zahl der Glieder, so gibt sich aus der Lehre von den geom. Reihen

der Exponent, wie vielmal nämlich die Kraft der Dämpfe bey jedem höhern Therm. Grad vergrößert wird = 1,01

Wenigstens läßt sich dieses von 170 bis 260 Grad so beybehalten.

§. 339.

Wenn also die Stärke der Dämpfe für einen gegebenen Wärmegrad bestimmt werden soll, so ziehe man zuerst 141 von der gegebenen Anzahl Grade γ ab, der Rest um 1 vermehrt zeigt, das wievielte Glied der geom. Reihe, deren erstes Glied 1,37 und Exponent = 1,01 ist, berechnet werden muß. Das zu berechnende heise u, so ist bekanntlich nach der Lehre von den geom. Reihen

$$u = 1{,}37 \cdot 1{,}01^{\gamma - 141}$$

oder in Logarithmen

$$\begin{aligned} l\,u &= l\,1{,}37 + (\gamma - 141) \cdot l\,1{,}01 \\ &= 0{,}1367206 + (\gamma - 141) \cdot 0{,}0042694 \end{aligned}$$

Genauer gibt sich aber der Werth von u durch eine kleine Abänderung dieser Formel, nämlich

$$u = 0{,}95 \cdot 1{,}37 \cdot 1{,}01^{\gamma - 141},$$

oder $lu = 0{,}1144442 + (\gamma - 141) \cdot 0{,}0042694$ (h

Setzt man in der Formel (h) $n = 254$; so findet sich

$$u = 3{,}95$$

Setzt man $n = 170$, so findet man

$$u = 1{,}73$$

welches mit den Beobachtungen §. 319. sehr gut zusammen stimmt.

§. 340.

Hiernach ist nun folgende Tafel berechnet worden:

Wärmegrade der Dämpfe nach Fahrenh.				Federkraft der Dämpfe, wenn die der Atm. = 1 ist.			
Oder Werthe von γ.				Oder Werthe von u.			
I.	II.	III.	IV.	I.	II.	III.	IV.
170	180	190	200	1,73	1,90	2,10	2,32
171	181	191	201	1,74	1,92	2,12	2,34
172	182	192	202	1,76	1,94	2,14	2,37
173	183	193	203	1,78	1,96	2,17	2,39
174	184	194	204	1,80	1,98	2,19	2,41
175	185	195	205	1,81	2,00	2,21	2,44
176	186	196	206	1,83	2,02	2,23	2,46
177	187	197	207	1,85	2,04	2,25	2,49
178	188	198	208	1,87	2,06	2,27	2,51
179	189	199	209	1,89	2,08	2,30	2,54

Werthe von γ.					Werthe von u.				
I.	II.	III.	IV.	V.	I.	II.	III.	IV.	V.
210	220	230	240	250	2,56	2,83	3,12	3,44	3,80
211	221	231	241	251	2,59	2,85	3,15	3,47	3,83
212	222	232	242	252	2,61	2,88	3,18	3,51	3,87
213	223	233	243	253	2,64	2,91	3,21	3,54	3,91
214	224	234	244	254	2,66	2,94	3,24	3,58	3,95
215	225	235	245	255	2,69	2,97	3,27	3,61	3,99
216	226	236	246	256	2,72	3,00	3,31	3,65	4,03
217	227	237	247	257	2,74	3,03	3,34	3,69	4,07
218	228	238	248	258	2,77	3,06	3,37	3,72	4,11
219	229	239	249	259	2,80	3,09	3,41	3,76	4,15
				260					4,19

Will man den zu einem gegebenen Wärmegrad gehörigen Werth x §. 321. haben, so multiplicirt man den um 1 verminderten Werth von u mit 31.

Z. B. zu $\gamma = 219°$ gehört in dieser Tafel $u = 2,80$ also $x = 1,8 \cdot 31 = 55,8$ Fuß. Schlägt man nun die Tafel §. 321. nach, so findet man, daß dort zu $x = 55,8$ beyläufig der Wärmegrad des Wassers 301,8° gehört. Demnach sind im Kessel die Dämpfe vom 301,8ten Grad warmen Wassers nur bis zum 219ten Grad erwärmt. Und so geben überhaupt diese beyden Tafeln die zusammen gehörigen Wärmegrade des dämpfenden Wassers und der Dämpfe.

§. 341.

Weil $x = (u-1).31$, und $u = 0,95.1,37.1,01^{\gamma-141}$ so hat man für die Grade von 170 bis 260°

$$x = 31 \cdot (0,95 \cdot 1,37 \cdot 1,01^{\gamma-141} - 1)$$

Heißt nun der zu [illegible] Wärmegrad des Wassers γ', so hat man auf (§. 322.)

$$x = \frac{\gamma' - 212}{1{,}76}$$

folglich

$$\frac{\gamma' - 212}{1{,}76} = 31 \cdot (0{,}95 \cdot 1{,}37 \cdot 1{,}01^{\gamma - 141} - 1)$$

oder in Logarithmen

$$141 + \frac{l\left(\frac{\gamma' - 212}{1{,}76 \cdot 31} + 1\right) - (l\,0{,}95 + l\,1{,}37}{l\,0{,}01} = \gamma$$

Oder

$$\gamma = 141 + \frac{l\left(\frac{\gamma' - 212}{54{,}56} + 1\right) - 0{,}1144442}{0{,}0043214} \quad (\mathfrak{h}$$

eine allgemeine Formel zwischen den zusammen gehörigen Werthen von γ und γ', nämlich für die Werthe von γ von 170 bis 260°

Für $\gamma = 170$ ist $x = 0{,}73 \cdot 31 = 22{,}63$ und für $\gamma = 260°$ wird $x = 3{,}19 \cdot 31 = 98{,}89$. Nun gehört zu diesen Werthen von x (§. 322.)

1) $\gamma' = 212 + 1{,}76 \cdot 22{,}63 = 251{,}8°$

2) $\gamma = 212 + 1{,}76 \cdot 98{,}89 = 386{,}0°$

Also ist die Formel ($\mathfrak{h}$) von $\gamma' = 252$ bis zu $\gamma' = 386$ Fahrenh. Grade brauchbar.

Die Englische Dampfmaschine.

§. 342.

Vollständige Beschreibungen der bekannten Englischen Dampfmaschine findet man in Hrn. Delius Bergbaukunst S. 370-379. Hrn. Kollegienrath von Cancri-

Cancrinus Bergmaschinenkunst 2te Abtheil. S. 192-203. Hrn. Poda Beschreib. der Schemnitzer Maschinen S. 44-50. Daher ich ihre Einrichtung hier als bekannt voraussetze, und nur ihre Theorie zu entwickeln suche. Zur Vergleichung der Theorie mit wirklichen Beobachtungen, will ich die von Hrn. Poda a. a. O. mitgetheilte Abmessungen zwoer zu Schemnitz angelegten Dampfmaschinen hier vorausschicken:

	No. I.	No. II.
Inhalt des Kessels in Eimern *)	330	345
= des mit kochendem Wasser angefüllten Theils in Eimern	110	115
Hub des Kolbens im Zylinder und der Pumpen nach Fußen	6	6
Anzahl Hübe in einer Minute	8	8
Durchm. des Zylinders in Zollen	$32\frac{1}{2}$	36
= der Stiefel der Pumpensätze	6	$8\frac{1}{2}$
Höhe dieser Sätze in Fußen	342	192
Menge des in 24 St. aufgeförderten Wassers in Eimern	10368	20808
Menge des zum Abkühlen in 24 Stunden zufließenden Injektionswassers in Eimern	2880	3356
Holzaufwand in 24 St. in Klaftern zu 144 Kub. Fuß	3	$3\frac{1}{2}$
Höhe der Injektionsröhre von der Münd. im Zylind. angerechnet, bis etwa 1 F. unter den obern Rand des zu dieser Röhre gehörigen Wasserbeh., nach Hrn. Delius Zeichn. gemessen in F.	16	16

*) Der Eimer wiegt 90 ℔.

§. 343.

Die Wirkung der Maschine besteht bekanntlich darin, daß der Kolben mit Beyhülfe derer aus dem Kessel in den Zylinder steigenden Dämpfe aufwärts getrieben wird, worauf kaltes Wassers aus der sich öfnenden Injektionsröhre in dem Zylinder aufwärts gegen den aufgestiegenen Kolben sprützt, den Dämpfen die elastische Kraft benimmt, und dadurch dem Kolben wieder niederzugehen verstattet. Ich muß mich hierüber näher erklären.

§. 344.

Bey der Englischen Maschine ist gewöhnlich die Einrichtung so gemacht, daß im Aufsteigen des Kolbens im Zylinder die Kolbenstangen in den Pumpensätzen niedergehen, also keine Wasserlast zu heben haben. Weil aber die Atmosphäre auf den Zylinderkolben druckt, so hat gleichwohl die Maschine beym Steigen dieses Kolbens eine sehr beträchtliche Last zu wältigen. Inzwischen haben nicht die Dämpfe allein diese Wältigung zu bewirken, sondern die Kolbenstangen haben ein so großes Uebergewicht, daß sie nicht nur die sämmtliche Friktion zu überwältigen vermögen, sondern auch überdas noch einem Theil des auf den Kolben wirkenden atmosphärischen Drucks das Gleichgewicht halten. Man sieht hieraus schon, daß die Einrichtung sehr leicht von der Art seyn könnte, daß schon bey einer sehr geringen Federkraft der Dämpfe der Zylinderkolben doch schon mit ziemlicher Geschwindigkeit aufwärts steigen müßte, wenn ihre Federkraft auch nur z. B. halb so groß als die Federkraft der atmosphärischen Luft wäre.

In einem solchen Fall müßte also folgen, daß der Druck der Atmosphäre auf den Kessel stärker als die Ausdeh-

dehnungskraft derer im Kessel befindlichen Dämpfe wäre, jene also diese zurückhalten müßte. Und unter solchen Umständen muß sich also nothwendig der Erfolg zeigen, den mir Einer meiner verehrungswürdigsten Freunde, Herr Bergrath Abich als eine von Ihm gemachte Erfahrung überschrieb:

„Es hat mit dem Ausdringen der Dämpfe nicht „soviel zu sagen, als man gewöhnlich glaubt. Sie „können, wenn die Maschine einmal im Gang „ist, sicher ein Loch in die Haube des Kessels schla„gen, ohne daß die Dämpfe durch solches heraus„fahren.„

Der Erfolg kann aber auch grad umgekehrt seyn. Wenn nämlich die Kolbenstangen mit Zubehör wohl gar noch nicht die sehr beträchtliche Friktion zu überwinden vermögen, so müßten die Dämpfe zum Auftreiben des Zylinderkolbens eine sehr beträchtliche Federkraft haben. Läßt man nun die Maschine an, bevor die Dämpfe hinlängliche Kraft erhalten haben, und dabey immer fort stark feuern, so spielt die Maschine anfangs sehr langsam, und der Kolben fängt mit unmerklicher Bewegung zu steigen an; inzwischen entstehen während dem ersten Kolbenspiel stärkere Dämpfe als dabey verlohren gehn; beym 2ten Spiel ist also die bewegende Kraft schon stärker, und der Zylinderkolben also schon fertiger als beym 1ten u. s. f. und so nimmt also in solchem Fall die Geschwindigkeit des Zylinderkolbens so lange zu, bis die in der Zeit eines Kolbenspiels verlohren gehenden Dämpfe denen in eben der Zeit im Kessel wieder entstehenden gleich werden, also die Maschine in den Beharrungsstand tritt.

Unter solcher Einrichtung könnte also der Kessel anfangs die Dämpfe sehr wohl halten, nach und nach aber

wegen

wegen der zunehmenden Ausdehnungskraft der Dämpfe solche durchzulassen anfangen, so daß sie im Beharrungsstand unaufhörlich durchdringen könnten. s. §. 370*.

Eigentlich betrift das Bisherige nur den Aufgang des Kolbens. Nun auch Etwas von dem Niedergang.

§. 345.

Wenn der Zylinderkolben seine höchste Stelle erreicht hat, so wird die in den Zylinder hineinstechende Injektionsröhre, welche aus einer über ihr befindlichen Cisterne beständig mit Wasser angefüllt wird, eröfnet, damit das in ihr stehende Wasser in dem Zylinder in die Höhe sprütze und die Dämpfe abkühle, folglich ihrer Ausdehnungskraft beraube, und der Kolben alsdann durch die auf ihn druckende Atmosphäre niedergetrieben werde; da dann mit diesem Niederdruck zugleich der Hub des Wassers in den Pumpensätzen, welche die Maschine zu betreiben hat, verknüpft ist. Aus §. 335. erhellet schon, daß die große Hitze eines erwärmten dichten Körpers einer kältern Luft ausgesetzt, ungemein schnell abnehme. Nun muß aber warme Luft oder die ihr ähnlichen warmen Dämpfe durch ihre Lockerkeit bey weitem schneller abgekühlt werden, wenn man sie einer für sie kalten Luft aussetzt. Die tägliche Erfahrung lehrt auch solches. Dämpfe, die auf der Oberfläche siedenden Wassers ungemein heis sind, verliehren in dem ersten Augenblick, da sie in die freye Luft steigen, schon soviel von ihrer Wärme, daß sie nur einige Fuße hoch über der Oberfläche des Wassers oder in einer Höhe, bis wohin sie zu steigen keine halbe Sekunde brauchen, nur noch lau sind. So schnell nimmt die Wärme der Dämpfe durch die Berührung kälterer Luft ab. Wie viel schneller muß also die Abkühlung

erfol-

erfolgen, wenn die heisen Dämpfe unmittelbar von aufsprützendem kalten Wasser, das etwa 800mal dichter als kalte Luft ist, berührt werden? Es ist hieraus begreiflich, daß in wenigen Augenblicken die Federkraft der Dämpfe äußerst geschwächt werden müsse. Inzwischen verstattet doch die große Wärme, welche der nicht so schnell verkältende Zylinder selbst hat, keine gänzliche Vernichtung aller Dämpfe in so wenigen Augenblicken, zumal da, wie aus §. 331. u. f. f. erhellet, in den folgenden Augenblicken die Abkühlung immer langsamer wird. *) Und es ist daher auch der Erfahrung gemäß, daß bey oben beschriebenen Maschinen die zurückbleibenden Dämpfe immer noch einige Elasticität behalten, so daß solche nicht wohl kleiner als $\frac{1}{7}$ von der Federkraft der mit 31 Fuß im Gleichgewich: stehenden Atmosphäre genommen werden kann. Ich werde dieserwegen die Kraft, womit der Kolben von der Atmosphäre niedergedruckt wird, = einer 25 Fuß hohen Wassersäule setzen.

§. 346.

Der am Ende des vor. §. erwähnte Umstand ist für die Wirkung der Maschine ausserordentlich nachtheilig, so daß solche dadurch nicht etwa um $\frac{1}{7}$ geringer, sondern bey weitem beträchtlicher vermindert wird. Denn wenn z. B. der Druck der Atmosphäre, einer Wassersäule von 25 Fuß hoch gleich gesetzt, gegen sämmtlichen Widerstand noch eine Uebermucht hätte, die z. B. dem Gewicht eines 3 Fuß hohen über dem Zylinderkolben stehenden Wassersäule gleich wäre,

so

*) Es werden auch in dem heißen Zylinder aus dem eingesprützten Wasser selbst wieder schwache Dämpfe erzeugt und Luft mit eingeführt.

so würde, wenn die Dämpfe völlig ihrer Kraft beraubt wären, die Ueberwucht einer um 6 Fuß höhern, also einer 9 Fuß hohen Wassersäule gleich seyn, 3 mal so hoch als vorhin. Bey der nachfolgenden Berechnung werde ich den großen Unterschied im Effekt noch genauer zeigen.

§. 347.

Noch eine nachtheilige Folge von dieser Art, die Kraft der Dämpfe im Zylinder zu schwächen, ist folgende.

Wenn die Federkraft der Dämpfe sehr beträchtlich ist, so können sie nach Eröfnung der Injektionsröhre das Injektionswasser zurückhalten, daß es nicht in dem Zylinder aufwärts springen kann, sondern wohl gar noch in der Injektionsröhre zurück getrieben wird (§. 321.). Unter solchen Umständen brauchen also die Dämpfe sehr lange Zeit, bis sie im Zylinder von selbsten nach und nach etwas kühler werden und der Kolben alsdann wieder nieder getrieben werden kann. Während dieser langen Zeit, welche auf solche Art zum Niedersinken des Kolbens erfodert wird, muß nun nothwendig die Hitze und Federkraft der Dämpfe im Kessel noch beträchtlich wachsen, und beym folgenden Kolbenspiel wird also nicht nur das Wasser in der Injektionsröhre noch stärker als zuvor zurück gehalten, sondern die nun schon stärker erhitzten Dämpfe behalten auch ihre Federkraft desto länger. Auf solche Art kann also die Hitze und Federkraft der Dämpfe so anwachsen, daß die Erheitzung aller Theile der Maschine, nämlich des Kessels mit seinen Dämpfen und des Zylinders für sich schon hinreichend ist, die zum Rückhalten des Injektionswassers hinlängliche Federkraft der Dämpfe im Zylinder zu unterhalten.

Auf

Auf solche Art könnte also der Gang der Maschine wegen des Einflusses der elastischen Dämpfe auf das Injektionswasser nicht nur nach und nach immer langsamer werden, sondern wohl gar endlich völlig ins Stocken gerathen.

§. 348.

Man sieht hieraus, daß eine solche Dampfmaschine ganz gut gebaut seyn, und dennoch den erwünschten Effekt völlig versagen könne, und solches besonders dann zu erwarten sey, wann die Last, welche außer dem Druck der Atmosphäre beym Aufgang des Kolbens zu wältigen ist, einer Wassersäule gleicht, welche höher als die Injektionsröhre ist, oder solcher wenigstens doch schon nahe kommt; denn die erfoderliche Stärke der elastischen Dämpfe muß alsdann so groß seyn, daß das Einsprützen des Injektionswassers dadurch verhindert wird. Es muß daher die erfoderliche Höhe der Injektionsröhre aus der übrigen Einrichtung der ganzen Maschine allemal gehörig bestimmt werden, wie ich im Folgenden näher zeigen werde. Vermuthlich hat man bey neuern Anlagen von Maschinen dieser Art hierauf nicht allemal gehörige Rücksicht genommen, und dadurch dem Effekt der Maschine geschadet. In der That eine sehr wichtige Lehre für die Anlage solcher Maschinen!

§. 349.

Auch sieht man hieraus, worauf es bey einer Verbesserung der Englischen Dampfmaschine vorzüglich ankomme, nämlich auf die Erfindung einer andern Art, die Dämpfe im Zylinder ihrer Kraft zu berauben. Diese müßte von der Art seyn, daß 1) die Elasticität der Dämpfe dem Verschwächungsmittel die Wirkung nicht versagte; 2) daß die Dämpfe im Zylinder ihrer Kraft vollkomme-

kommener, als es durch das Einsprützen des Wassers in dem Zylinder geschieht, beraubt würden.

§. 350.

Dieser Absicht entspricht folgende Einrichtung, auf welche mich diese Theorie geleitet hat, aufs vollkommenste. *) AB (Fig. 1.) sey die alte Englische Maschine mit allem ihrem Zubehör. Nun lege man neben dem Dampfkessel A noch einen Evakuirkessel (diesen Namen will ich ihm geben) EF an, und verbinde diesen mit dem vorigen durch die Kommunikationsröhre CD, welche durch eine bey O angebrachte Wendungspippe OP mit dem übrigen Mechanismus der Maschine leicht verschlossen und eröfnet werden kann, nämlich verschlossen beym tiefsten, und wieder eröfnet beym höchsten Sand des Zylinderkolbens. Ueber dem Evakuirkessel lege man eine Cisterne KL an, die beständig mit kaltem Wasser angefüllt seyn muß, und aus solcher lasse man die Injektionsröhre IHF in den Evakuirkessel herabgehen. Bey Q lasse man eine kurzes Aufsatzröhrchen aufsetzen, welches mit einem angebrachten Hahn nach Belieben verschlossen und eröfnet werden kann. Ueberdas lasse man eine Röhre MN durch den Kessel durchgehen, und lasse eine Kolbenstange mit einem Kolben bis fast auf den Boden YZ reichen, um auf solche Art eine Pumpe der vollkommensten Art zu erhalten, welche das Wasser aus dem Kessel in die obere Cisterne zu fördern gebraucht werden kann,

*) Derer Herrn Watt und Bolton neuere Verbesserung kann Aehnlichkeit hiermit haben. Ich habe aber keine Beschreibung davon erhalten können. Noch eine Ergänzung zu diesem §. s. unten §. 390. u. §. 370. *)

kann, und zu dem Ende nur ein sehr kurzes Saugröhrchen oder Stöckelkiel m n hat. *) Soll nun die Maschine angelassen werden, so macht man vorher folgende Anstalten. Die Röhre C D wird verschlossen, und die Q nebst der mit einem Hahn T versehenen Injektionsröhre I H F eröfnet, und auf solche Art der ganze Kessel E F mit Wasser angefüllt, da dann die Luft aus dem Kessel durch Q herausfährt. Sobald das Röhrchen Q von Wasser überlauft, wird es mit seinem Hahn wieder verschlossen, und nun mittelst der Pumpe M n das Wasser so lange aus dem Kessel herausgepumpt, bis die Pumpe kein Wasser mehr fördert. Hierdurch entsteht nun im Kessel E F ein leerer Raum über dem noch darin bleibenden Wasser Y Z. Jetzt läßt man die Maschine an; beym höchsten Stand des Kolbens öfnet sich die Röhre C D, nebst der Injektionsröhre I H; **) weil nun im Kessel eine vollkommene Leere ist, so müssen die Dämpfe plötzlich in diese Leere hinströhmen, und schon durch diese bloße Ausdehnung, wenn auch keine Abkühlung erfolgte, ihre Kraft schon in höherem Grad verlieren als bey der sonstigen Einrichtung durch die Abkühlung mit dem Injektionswasser. Ist z. B. der Evakuirkessel 10mal so groß im kubischen Inhalt, als der mit Dämpfen angefüllte Raum des Zylinders, so würden schon nach dieser plötzlichen Ausdehnung die Dämpfe, welche

*) Der Boden des Kessels hat um deßwillen die Vertiefung a y z N, damit alles Wasser aus dem Kessel herausgepumpt werden könne, und ausser dieser Vertiefung keines mehr darin zurückbleibe.

**) Das mechanische Umdrehen des Hahns T läßt sich mit der Maschine sehr leicht bewirken.

welche noch im Zylinder zurück bleiben, nur noch $\frac{1}{11}$ ihrer anfänglichen Elasticität behalten, wenn sie auch in einen leeren Raum kämen, der an sich eben so erwärmt wäre; da aber diese Leere kalt ist, so werden die so sehr ausgebreiteten Dämpfe, auch ohne Zufluß des Injektionswassers, sogleich beym Einströhmen in den Kessel plötzlich sehr stark abgekühlt, so daß sie sicher nicht mehr $\frac{1}{20}$ ihrer anfänglichen Kraft behalten können.

Weil aber hierdurch der Kessel EF nach und nach selbsten mit Dämpfen angefüllt werden würde, so ist das Injektionswasser dennoch nothwendig, und indem nun dieses zu gleicher Zeit in dem Evakuirkessel empor sprützt, und die einströhmenden Dämpfe schon beym Einströhmen plötzlich abkühlt und verschwächt, behalten die schon durch die Ausbreitung, im Zylinder verschwächten, Dämpfe Kraft genug, auch nach dieser ersten Ausbreitung immer noch in den Kessel fortzuströhmen. Offenbar bleibt ihnen hierdurch nicht mehr $\frac{1}{100}$ ihrer anfänglichen Kraft, und in der Ausübung kann man daher bey dieser Einrichtung den Zylinder während dem Niedergang des Kolbens so gut als völlig leer ansehen; um so mehr weil auch hierdurch der Zylinder nicht abgekühlt wird, folglich die Dämpfe beym Aufsteigen des Kolbens gleichfalls etwas mehr Kraft im Zylinder behalten als bey der alten Einrichtung.

Da inzwischen das Injektionswasser nach und nach den Kessel anfüllen würde, so ist die Vorrichtung der Pumpe nöthig, wodurch das Wasser beständig aus dem Evakuirkessel herausgepumpt wird. s. §. 370. *)

§. 351.

Die Zeichnung geht auf den Fall, daß man nicht beständig zufließendes Wasser in der Cisterne KL hat,

und

und daher mit dem Injektionswasser sparsam umgegangen werden muß. Zu dem Ende muß man es in solchem Fall beständig wieder in die Cisterne zurück pumpen lassen.

Hat man aber zufließendes Wasser, welches zur beständigen Anfüllung der Cisterne hinreichend ist, so erfodert die Ersparung der Kraft, daß man die Pumpe etwa so anlege, wie ich es in der Zeichnung durch die punktirte Linien bey V angedeutet habe. Da übrigens hier die Atmosphäre nicht auf das Wasser im Evakuirkessel drucken kann, so erhellet, daß bey Wältigung der Pumpe nicht allein die Höhe der wirklich wie bey andern Pumpen druckenden Wassersäule, sondern auch noch die der auf den Pumpenkolben druckenden Atmosphäre gleich hohe Wassersäule in Anschlag kommen muß. Eben hieraus folgt auch, daß der höchste Kolbenstand nicht höher liegen dörfe, als die Stelle, bis zu der man den Kessel beständig wasserleer erhalten will. Dieß gibt also den vollständigen Unterricht zur Einrichtung dieser Maschine; nur die erfoderliche Höhe der Injektionsröhre (welche ich allemal bis zum Wasserspiegel in der Cisterne gemessen verstehe) ist noch zu bestimmen übrig. Dieß soll unten geschehen, wo ich auch über den Effekt dieser Einrichtung mit der alten eine nähere Vergleichung anstellen werde.

I. Niedergang des Kolbens im Zylinder.

§. 352.

Die Maschine gleicht einer Wassersäulenmaschine, bey der die Weite des Stiefels = w der Weite des Zylinders.

der Fallröhre = ∞ weil der Raum der Atmosph. hier als unendl. groß angenommen werden kann.

Der Hub = b
Die Höhe der druckenden
Säule = K nämlich der Höhe einer mit der Atmosphäre im Gleichgewicht stehenden Wassersäule.

Ihre Länge auch = K
Die doppelte Zeit eines Niedergangs = t

Es ist also (§. 299.) l b w W λ t
hier K b ∞ w K t

also der Druck der Atmosphäre während dem Niedergang des Zylinderkolbens hier

$$= \left(K - \frac{0{,}256 \cdot b \cdot w \cdot K}{\infty \cdot t^2}\right) \cdot W = K \cdot W$$

Die entgegen druckende Last besteht

1) aus dem Uebergewicht des Gestänges mit Zubehör, welches ich einer Wassersäule von der Höhe h und Dicke w gleich setzen will.

2) Der Last, welche die Betreibung des Pumpwerks ausmacht. Ich will solches als ein Druckwerk wie §. 299. ansehen, so ist diese Last

$$= \left(1 + \frac{0{,}256 \cdot b \cdot W \cdot \lambda}{w \cdot t^2}\right) \cdot W.$$

3) Der Friktion aller Pumpenkolben und des Zylinderkolbens, nebst der gesammten übrigen Friktion der Maschine. Ich will sie durch eine Wassersäule = f. w ausdrucken.

4) Dem Widerstand der unter dem Kolben im Zylinder bleibenden elastischen Theilchen, den ich $= \frac{m}{n} . k . w$ setzen will.

§. 353.

Diesemnach muß

$$k.w = h.w + \left(1 + \frac{0{,}256.b.\mathfrak{W}.\mathfrak{k}}{w.t^2}\right).\mathfrak{W} + f.w + \frac{mk}{n}.w$$

gesetzt werden.

Hieraus gibt sich

$$t = \sqrt{\left[\frac{0{,}256.b.\mathfrak{W}\mathfrak{k}.\frac{\mathfrak{W}}{w}}{\left[k - \left(h + f + \frac{m}{n}.k\right)\right].w - 1.\mathfrak{W}}\right]}$$

Also die Zeit eines einfachen Niedergangs $\frac{1}{2}t$

$$= \sqrt{\left[\frac{0{,}064.b.\mathfrak{W}\mathfrak{k}.\frac{\mathfrak{W}}{w}}{\left[k - \left(h + f + \frac{m}{n}.k\right)\right].w - 1.\mathfrak{W}}\right]}$$

II. Aufgang des Zylinderkolbens.

§. 354.

Dabey sey wieder ein Druckwerk zu wältigen, wobey ich zwar die vorigen deutschen Buchstaben beybehalten, solche aber oben zur Rechten mit einem ' bemerken will. Diese Last wäre also, wenn überdas die Zeit eines doppelten Aufgangs $= T$ gesetzt wird,

$$1) = \left(l' + \frac{0{,}256 \cdot b' \cdot \mathfrak{W}' \cdot \mathfrak{k}'}{w' \cdot T^2}\right) \cdot \mathfrak{W}'$$

2) Die Last f. w bleibt wie beym Niedergang.

3) Statt des beym Niedergang gebrauchten h will ich hier beym Aufgang h' setzen.

4) Der mit dem Kolben zu wältigende atmosphärische Druck gleicht einer Wassersäule $= K \cdot W$

Demnach ist beym Aufgang des Kolbens die gesammte Last

$$= \left(l' + \frac{0{,}256 \cdot b' \cdot \mathfrak{W}' \cdot \mathfrak{k}'}{w' \cdot T^2}\right) \cdot \mathfrak{W}' + f.w + h'.w + K.w$$

Wenn nun die Federkraft der Dämpfe $= \mu \cdot K \cdot W$ gesetzt wird, so hat man

$$\mu.K.W = \left(l' + \frac{0{,}256 \cdot b' \cdot \mathfrak{W}' \cdot \mathfrak{k}'}{w' \cdot T^2}\right) \cdot \mathfrak{W}' + f.w + h'.w + K.w$$

und hieraus folgt die einfache Zeit des Kolbenhubs

$$\tfrac{1}{2}T = \sqrt{\left[\frac{0{,}064 \cdot b' \cdot \mathfrak{W}' \cdot \mathfrak{k}' \frac{\mathfrak{W}'}{w'}}{\left[(\mu - 1).K - \left(f + h' + \frac{l' \cdot \mathfrak{W}'}{W}\right)\right].w}\right]}$$

§. 355.

Die beyden Zeiten des Auf- und des Niedergangs zusammen gerechnet, geben

die Zeit eines Kolbenspiels

$$= \sqrt{\left[\frac{0{,}064 \cdot b \cdot \mathfrak{W} \cdot \mathfrak{k} \cdot \frac{\mathfrak{W}}{w}}{\left[K - \left(h + f + \frac{m}{n}, K\right)\right].w - l.\mathfrak{W}}\right]} + \sqrt{}$$

$$+\sqrt{\left[\frac{0{,}064 \cdot b' \cdot \mathfrak{W}' \cdot \ell' \cdot \frac{\mathfrak{W}'}{w'}}{\left[(\mu-1)\cdot\kappa-\left(f+h'+\frac{l'\cdot\mathfrak{W}'}{w}\right)\right]\cdot w}\right]}$$

Oder

$$=\sqrt{\left[\frac{0{,}064 \cdot b \cdot \mathfrak{W} \cdot \ell \cdot \frac{\mathfrak{W}}{w}}{\left(\frac{n-m}{n}\cdot\kappa-h-f\right)\cdot w-l\cdot\mathfrak{W}}\right]}$$

$$+\sqrt{\left[\frac{0{,}064 \cdot b' \cdot \mathfrak{W}' \cdot \ell' \cdot \frac{\mathfrak{W}'}{w'}}{[(\mu-1)\cdot\kappa-h'-f]\cdot w-l'-\mathfrak{W}'}\right]}$$

wo μ die Federkraft der Dämpfe bedeutet, die der freyen Atmosphäre $=1$ gesetzt. Und zwar muß man die mittlere Federkraft verstehen, welche die Dämpfe während dem Steigen des Zylinderkolbens im Beharrungsstand haben, die aber auch von der Federkraft der Dämpfe im Kessel beym Anfang des Steigens um deßwillen nicht viel verschieden seyn kann, weil bey der im Steigen des Kolbens nachlassen wollenden Ausdehnungskraft der Dämpfe sogleich wieder desto leichter neue Dämpfe von der Oberfläche des Wassers empor steigen, und hierdurch die sich vermindern wollende Kraft wieder ersetzen. Dafern nämlich die Proportion zwischen dem Zylinder und Kessel beyläufig wie §. 342. beybehalten wird.

§. 356.

Wenn die Maschine beym Auf- und Niedergang gleiche Wasserlast wältigen, also das Gestänge mit Zubehör kein Uebergewicht haben, sondern sich einander

die Wage halten, und der Auf- und Niedergang in gleichen Zeiten erfolgen soll, so erhält man $h = h' = o$ und

$$\sqrt{\left\{\frac{0{,}064 \cdot b \cdot \mathfrak{W} \cdot \xi \cdot \frac{\mathfrak{W}}{w}}{\left(\frac{n-m}{n} \cdot \kappa - f\right) \cdot w - l \cdot \mathfrak{W}}\right\}} = \sqrt{\left\{\frac{0{,}064 \cdot b \cdot \mathfrak{W} \cdot \xi \cdot \frac{\mathfrak{W}}{w}}{[(\mu - 1) \cdot \kappa - f] \cdot w - l \cdot \mathfrak{W}}\right\}}$$

also $$\frac{n-m}{n} = \mu - 1$$

und $$\mu = 2 - \frac{m}{n}$$

§. 357.

Bey der alten Einrichtung kann man

$$\frac{m}{n} = \frac{1}{5}$$

und bey der verbesserten $= o$

setzen (§. 345; 350.). Also hat man bey der erwähnten Einrichtung (§. 356.)

bey der alten Einrichtung $\mu = 2 - \frac{1}{5} = 1{,}8$

bey der verbesserten $\mu = 2{,}0$

Die Maschine kommt also bey der Einrichtung §. 356. alsdenn in den Beharrungsstand, wann

bey der alten Einrichtung die Dämpfe 1,8mal und bey der neuen 2mal so elastisch geworden sind als die atmosphärische Luft.

§. 358.

§. 358.

Die Zeit eines Kolbenspiels wäre also unter den Umständen §. 356.

$$= \sqrt{\left[\frac{0{,}256 \cdot b \cdot \mathfrak{W} \cdot \xi \cdot \frac{\mathfrak{W}}{w}}{\left(\frac{n-m}{n} \cdot \kappa - f\right) \cdot w - l \cdot \mathfrak{W}}\right]}$$

$$= \sqrt{\left[\frac{0{,}256 \cdot b \cdot \xi \cdot \frac{\mathfrak{W}}{w}}{\left(\frac{n-m}{n} \cdot \kappa - f\right) \cdot \frac{w}{\mathfrak{W}} - l}\right]}$$

da dann bey der alten Einrichtung $n = 5, m = 1$

" " neuen " $n = 5, m = 0$

gesetzt werden kann.

§. 358. *)

Aus der Formel §. 358. folgt

$$t^2 \cdot \left(\frac{n-m}{n} \cdot \kappa - f\right) \cdot \frac{w}{\mathfrak{W}} - t^2 \cdot l = 0{,}256 \cdot b \cdot \xi \cdot \frac{\mathfrak{W}}{w}$$

also für $\mathfrak{W} = w$

$$(0{,}256 \cdot b \cdot \xi + t^2 \cdot l) \cdot \mathfrak{W} = t^2 \cdot \left(\frac{n-m}{n} \cdot \kappa - f\right) \cdot w$$

demnach

$$\mathfrak{W} = \frac{\left(\frac{n-m}{n} \cdot \kappa - f\right) \cdot w \cdot t^2}{0{,}256 \cdot b \cdot \xi + t^2 l}$$

$$= \frac{\left(\frac{n-m}{n} \cdot \kappa - f\right) \cdot w}{0{,}256 \cdot b \cdot \frac{\xi}{t^2} + l}$$

also für die verbesserte Einrichtung

$$\mathfrak{W} = \frac{(K - f) \cdot w}{0{,}256 \cdot b \cdot \frac{l}{t^2} + 1}$$

§. 359.

Unter den Umständen §. 356. verhielten sich also die Effekte der alten und verbesserten Maschine, wie

$\sqrt{[(0{,}8 \cdot K - f) \cdot w - l \cdot \mathfrak{W}]}$ zu $\sqrt{[(K - f) \cdot w - l \cdot \mathfrak{W}]}$

Ex. Es sey für beyde Maschinen

$K = 31$ Fuß
$f = 6$ —
$l = 240$ —
$w = 7$ Quadr. Fuß
$\mathfrak{W} = \frac{1}{2}$ — —

so ist die Verhältniß ihrer Effekte wie

$\sqrt{[(24{,}8 - 6) \cdot 7 - 240 \cdot \frac{1}{2}]}$ zu $\sqrt{[(31 - 6) \cdot 7 - 240 \cdot \frac{1}{2}]}$

d. i. wie $\sqrt{11{,}6} : \sqrt{55}$ oder wie 34 zu 74

also bey übrigens gleichen Umständen hier der Effekt der verbesserten Maschine schon 2,17mal so groß als der Effekt der alten Englischen, ohne Rücksicht auf die Verschiedenheit der dabey erfoderlichen Feurung. Weil aber, wie sich weiter unten zeigen wird, die nöthige Feurung bey der verbesserten und alten sich verhält wie 2^2 zu $1{,}8^2$ nämlich hier wie die Werthe von μ^2, so ist die

wahre Verhältniß der Effekte $= 4 : 1{,}8^2 \cdot 2{,}17$
$= 4 : 7$

also der Effekt von gleicher Feurung bey der verbesserten Maschine $\frac{7}{4}$ so groß als bey der alten. *)

§. 360.

*) Hierzu gehört eine sehr nöthige Erinnerung unten §. 391.

§. 360.

Ich werde nun für die alte Engl. Maschine allemal

$\left(1 - \frac{m}{n}\right) . K = 25$ Fuß setzen, also für $K = 31$

$$\left[1 + \left(1 - \frac{m}{n}\right)\right] . K = 25 + 31$$

Vergleicht man dieses mit §. 321., so findet sich, daß hierzu das Wasser im Siedkessel eine Hitze von 256° haben muß.

§. 361.

Aber gewöhnlich ist beym Gebrauch der Engl. Maschine die Einrichtung so gemacht, daß sie beym Aufgang des Kolbens kein Wasser zu heben hat, sondern die Pumpenkolben leer betreiben (§. 344.). Für diese Einrichtung ist also

$$\left(l' + \frac{0{,}256 . b' . W' . l'}{w' . T^2}\right) . W' = 0$$

Kommt überdas das Uebergewicht der Stangen mit Zubehör dem Aufgang des Kolbens noch zu Hülfe, so ist die gesammte Last beym Aufgang des Zylinderkolbens

$$= (f + K - h) . w$$

Ist nun die Kraft der Dämpfe $= \mu . K w$, so läßt sich für die Bewegung des Kolbens beym Aufgang die beschleunigende Kraft

$$= \frac{\mu . K - (f + K - h)}{f + K - h}$$

$$= \frac{(\mu - 1) . K + h - f}{f + K - h}$$

setzen,

Demnach ist die Zeit, worin der Zylinderkolben um die Höhe b aufwärts steigt,

$$= \sqrt{\left(\frac{b \cdot (f + \kappa - h)}{(\mu - 1) \cdot \kappa + h - f}\right)}$$

Setzt man diese Zeit $= \frac{1}{2} T$, so gibt sich hieraus

$$\mu = \frac{(4b + T^2) \cdot (\kappa + f - h)}{T^2 \cdot \kappa}$$

§. 362.

Spielt nun der Kolben gleichförmig auf und nieder, so hat man

die Zeit $\frac{1}{2} T$ (§. 361.) $= \frac{1}{2} t$ (§. 353.)

also

$$\frac{b \cdot (f + \kappa - h)}{(\mu - 1) \cdot \kappa + h - f} = \frac{0{,}064 \cdot b \cdot \mathfrak{W} \cdot \varepsilon \cdot \frac{\mathfrak{W}}{w}}{\left[\kappa - \left(h + f + \frac{m}{n} \cdot \kappa\right)\right] \cdot w - 1 \cdot \mathfrak{W}}$$

und hieraus gibt sich eine andere Formel für μ, welche T nicht enthält, nämlich, wenn die ganze Größe zur Rechten des Gleichheitzeichens A heißt,

$$\mu = \frac{(b + A) \cdot (\kappa + f - h)}{A \cdot v}$$

§. 363.

Ich will nun hiervon eine Anwendung auf die zwo Maschinen machen, wovon oben §. 342. die Abmessungen sind mitgetheilt worden.

Es ist nämlich für die Maschine a. a. O. No. II.

$b = 6$ Fuß $\left(1 - \frac{m}{n}\right) . x = 25$ Fuß

$f = l = 192$ — $w = 3,14.18^2$ Q. Z.

$b = 6$ — $W = w = 3,14.4,25^2$ —

$x = 31$ — $T = 7,5$ Sek.

Hieraus will ich nun aus vorigen Formeln den Werth von $f + h$ suchen.

Man hat nämlich

$$7,5 = \sqrt{4A} = \sqrt{\left(\frac{294,9}{[25 - (h+f)] . 17,94 - 192}\right)}$$

hieraus folgt

$$h + f = 25 - \left(\frac{5,2 + 192}{17,94}\right) = 25 - 11 = 14 \text{ Fuß.}$$

Wenn ich nun $h = 8$, $f = 6$ setze, so gibt sich für $A = 14,062$ nach der Formel des vorigen §.

$$\mu = \frac{(6 + 14,062) . (31 + 6 - 8)}{14,062 . 31} = 1,335$$

Das Wasser im Kessel müßte also zu 229° Fahr. erhitzt seyn (§. 321.).

§. 364.

Für die Maschine §. 342. No. I. ist

$b = 6$ Fuß $\left(1 - \frac{m}{n}\right) . x = 25$ Fuß

$f = l = 342$ — $w = 3,14 . 16,25^2$ Q. Z.

$b = 6$ — $W = w = 3,14 . 9$ Q. Zoll

$x = 31$ — $T = 7,5$ Sek.

also $7,5 = \sqrt{4A} = \sqrt{\left(\frac{545,31}{[25 - (h+f)] . 29,34 - 342}\right)}$

und

und hieraus gibt sich

$$h+f=25-\left[\frac{\frac{545,31}{56,25}+342}{29,34}\right]=13 \text{ Fuß}$$

Hier kann h nicht kleiner als vorhin angenommen werden, dagegen darf man, weil der Kolben sowohl im Zylinder als in den Pumpensätzen kleiner ist, den vorigen Werth von f hier um etwas vermindern; ich setze daher hier

$$f=5$$
$$h=8$$

so gibt sich (§. 362.)

$$\mu=\frac{(6+14,062).(31+5-8)}{14,062.31}=1,288$$

Das Wasser im Kessel No. I. §. 342. müßte also nach der Formel §. 322. zu 227,8° erhitzt werden.

§. 364. *)

Aus §. 363. und 364. folgt, daß, wenn auch die beyden Maschinen §. 342. gar nicht im Gang oder die Kessel blos mit kalter Luft angefüllt sind, alsdann der Kolben im Zylinder allemal an seiner höchsten Stelle stehen müsse, indem die Federkraft der innern kalten Luft im Kessel dem äußern atmosphärischen Druck auf den Kolben schon das Gleichgewicht hält, folglich der Kolben noch mit der Kraft

$$h-f$$

aufwärts gezogen wird, da er dann, weil $f<h$ ist, nothwendig weichen und aufwärts steigen muß. In der That ist es auch wirklich bey den erwähnten Maschinen

so,

so, daß in gedachtem Zustand der Maschine der Kolben allemal an der höchsten Stelle steht.

§. 365.

Herr Delius sagt in seiner Bergbaukunst a. a. O. es werde bey denen hier vor Augen gehabten Maschinen, die Friktion gewöhnlich auf 23 Ctr. geschätzt. Es versteht sich aber, daß sie sich weder genau genug schätzen, noch auch bey allen gleich groß annehmen läßt, und schon hieraus sieht man, daß Hr. Delius bey dieser Angabe sich nur mit einer beyläufigen Mittelzahl hat begnügen müssen.

Berechnet man nun f. w, so findet man

für die Maschine No. I.

den kub. Inhalt = 28,8 Kub. Fuß, und hiervon das Gewicht beyläufig = 20 Ctr.

für die Maschine No. II.

den kub. Inhalt = 42 Kub. Fuß, und das Gewicht = 28 Ctr. das Mittel aus beyden Zahlen ist

$$\frac{20 + 28}{2} = 24 \text{ Ctr.}$$

welches der Deliusschen Angabe sehr nahe kommt.

§. 366.

Wenn die Effekte verschiedener Dampfmaschinen unter einander verglichen werden sollen, so kommt es offenbar nicht auf die Größe der Wältigung allein an, sondern zugleich auf die dazu nöthige Feuerung. Eine Dampfmaschine, welche doppelt so viel wältigt als eine andere, dagegen aber auch in eben der Zeit doppelt Holz zur Feuerung nöthig hat, leistet offenbar keinen größern

Vor-

Vortheil als die andere. Hieraus erhellet, daß es zur Vergleichung der Effekte vorzüglich nöthig ist, auch die nöthige Feurung bestimmen zu können.

Wenn bey zwo dergleichen Maschinen alles völlig einerley ist, nur die Elasticität der Dämpfe soll bey der einen größer werden als bey der andern, nämlich bey der einen $= \mu$, bey der andern $= \mu'$, so ist wohl nicht zu zweifeln, daß sich die erfoderlichen Holzmengen in einerley Zeit wie $\mu^2 : (\mu')^2$ verhalten werden. *)

Wäre aber in dem einen Kessel eine andere Menge Wasser siedend zu erhalten als im andern, so würde dieß die vorige Verhältniß $\mu : \mu'$ ohnstreitig abändern; und wenn auch diese siedende Wassermengen einerley wären, es wäre aber das mit Dämpfen angefüllte Stück des Kessels bey der einen Maschine größer als bey der andern, so würde solches die Verhältniß der Holzmengen wieder abändern. Auch die Verhältniß des Zylinders gegen den mit Dämpfen angefüllten Theil des Kessels hängt offenbar mit der Verhältniß der Holzmengen zusammen. Heist also die Menge des siedenden Wassers im einen Kessel π, im andern π'; die Größe des mit Dämpfen angefüllten Stücks im einen φ, im andern φ', und die Verhältniß des mit Dämpfen angefüllten Raums des Zylinders zu dem mit Dämpfen angefüllten Theil des Kessels bey der einen Maschine $\frac{\psi}{\rho}$, bey der andern $\frac{\psi'}{\rho'}$; so setze ich die Verhältniß der bey der einen Maschine erfoderlichen Holzmenge zu der bey der andern erfoderlichen

$= \mu^2$

*) Ich habe eben diesen Satz in der Anleit. zur Salzwerksk. gebraucht, und ihn schon dort mit Versuchen sehr gut übereinstimmend gefunden.

$$= \mu^2 . \pi . \varphi . \frac{\psi}{\rho} : (\mu')^2 . \pi' . \varphi' . \frac{\psi'}{\rho'}$$

wenn nämlich μ, μ' die Elasticität der Dämpfe im Kessel allein bedeutete. Da ich aber schon erinnert habe, daß ich hierunter die mittlere bey der Ausdehnung der Dämpfe durch den Zylinder erfoderliche verstehe, (welche bey der gewöhnlichen Einrichtung aus schon vorher angeführter Ursache mit der Federkraft der Dämpfe im Kessel ziemlich gleichgültig bleibt,) so fällt in die Augen, daß ich in diesem Sinne statt $\mu . \frac{\psi}{\rho}$, $\mu' . \frac{\psi'}{\rho'}$ schlechtweg μ, μ' setzen müsse. Und so erhält man also schlechthin die Verhältniß

$$\mu . \pi . \varphi : (\mu')^2 . \pi' . \varphi'$$

Ist demnach die bey der ersten Maschine erfoderliche Holzmenge $= M$, die bey der andern $= M'$, so folgt

$$M : M' : \mu . \pi . \varphi : (\mu')^2 . \pi' . \varphi'.$$

$$\text{also} \quad M' = \frac{(\mu')^2 . \pi' . \varphi'}{\mu . \pi . \varphi} . M$$

§. 367.

Um von dieser Formel eine Anwendung zu machen, will ich wieder die Abmessungen von denen oben §. 342. genannten Maschinen hier gebrauchen.

Nämlich	No. I.	No. II.
M	$= 3$ Klafter	
π	$= 100$ Eimer	$\pi' = 115$ Eimer
φ	$= 220$ —	$\varphi' = 230$ —
μ	$= 1{,}288$ (§. 364.)	$\mu' = 1{,}335$ (§. 363.)

Hieraus gibt sich

$$M' = \frac{1{,}335^2 \cdot 115 \cdot 230}{1{,}288^2 \cdot 110 \cdot 220} \cdot 3 = 1{,}17 \cdot 3 = 3{,}51 \text{ Klafter}$$

Wirklichen Beobachtungen zufolge ist aber §. 342. No. II. die erfoderliche Holzmenge = 3,5 Klafter, womit also die gegenwärtige Theorie wieder ungemein gut zusammen stimmt.

Es versteht sich, daß übrigens hierbey einerley Einrichtung der Feuerwerke voraus gesetzt werden müssen.

§. 368.

Je größer die von der Maschine zu erwartende Wirkung, also je größer die zur Erheitzung der ganzen Maschine erfoderliche Feurung ist, desto mehr Injektionswasser wird auch bey der alten Engl. Maschine nöthig seyn. Ich setze daher die erfoderliche Menge Injektionswasser hierbey der erfoderlichen Holzmenge proportional. Wenn also bey einer Maschine diese Menge Wasser N, bey der andern N' heist, so hat man

$$N' = \frac{(\mu')^2 \cdot \pi' \cdot \Phi'}{\mu \cdot \pi \cdot \Phi} \cdot N$$

Auch dieses läßt sich mit §. 342. vergleichen.

Dort ist No. I. $N = 2880$, also fände man

$$N' = 1{,}17 \cdot 2880 = 3369 \text{ Eimer.}$$

Die wirkliche Beobachtung §. 342. No. II. gibt aber

$$N' = 3356$$

und die gegenwärtige Berechnung weicht also von der Beobachtung nur um $\frac{1}{2\,7\,8}$ ab.

§. 369.

§. 369.

Ich habe schon §. 348. erwähnt, daß die Injektionsröhre eine der Elasticität der Dämpfe angemessene Höhe haben müsse, damit das darin befindliche Wasser nicht nur von den Dämpfen nicht zurück getrieben werde, sondern gegen den Druck der Dämpfe auch noch Uebermucht genug habe, bis zum höchsten Kolbenstand in dem Zylinder hinauf zu sprützen.

Ich will ihre erfoderliche Höhe, wie sie nämlich diesem Zweck gemäß ist, x heißen, so ist ihr Druck mit Inbegriff der über ihr stehenden Atmosphäre = einer Wassersäule von der Höhe $31 + x$ in Fußen. Ihr druckt nun gleich nach Eröfnung der Pippe eine Kraft (nämlich die Dämpfe im Zylinder) entgegen, welche = $\mu . 31$ Fuß ist; es muß also das durchschießende Wasser zu einer Höhe hinauf springen, die dem Gefälle

$$31 + x - \mu . 31 \text{ oder } x + (1 - \mu) . 31 \text{ Fuß}$$

zugehört, diese soll h heißen, so ist nach dem Mariotteschen Lehrsatz

$$h = -150 + \sqrt{[300 . (x + (1 - \mu) . 31) + 22500]}$$

Hieraus folgt

$$x = \frac{(h + 150)^2}{300} - 106 + 31 . \mu$$

§. 370.

Weil die Schemnitzer Maschinen durch den sehr geschickten Oberkunstmeister Höll auf alle Weise zweckmäßig hergestellt worden sind, und die obigen nach denen §. 342. mitgetheilten Angaben in der Höhe der Injektionsröhre gewiß keinen Fehler haben können, da sie so schnell wirken; so will ich auch die hier für x gefunde-

ne Formel mit §. 342. vergleichen. Der Werth von h beträgt nach Hrn. Delius Zeichnung 7 Fuß; es wird also für $\mu = 1{,}288$

$$x = \frac{157^2}{300} - 106 + 31 . 1{,}288 = 16{,}1 \text{ Fuß}$$

Und man sieht aus §. 342. daß auch dieses mit der wirklichen Angabe treflich übereinstimmt.

§. 370. *)

Wenn man also bey der gedachten Maschine zu Schemnitz stärker feuern, und dadurch $\mu > 1{,}288$ machen wollte, so würde das Injektionswasser nicht stark genug in den Zylinder einsprützen können, und es würde daraus die schon §. 347. erwähnte nachtheilige Folge entstehen, daß der Kolben langsamer niedersinken müßte, als bey $\mu = 1{,}228$. Dadurch würden aber die Dämpfe im Kessel immer stärker werden, und in den folgenden Kolbenspielen eben deßwegen das Injektionswasser immer mehr zurück gehalten werden, bis, welches bald geschehen müßte, die Maschine gar keine Dienste mehr thäte, oder äußerst schlechte. Eben darum muß diese Maschine schon bey einem geringern Grad der Federkraft ins Spiel gebracht werden, damit sie nachher von selbsten in den ordentlichen Beharrungsstand gelange. Ich zweifle daher nicht, daß man bey einem größern Holzaufwand dem Wasser im Kessel in der That eine größere Federkraft als die $\mu = 1{,}3065 \pm 0{,}0285$ mitzutheilen und zu unterhalten vermögend wäre, wenn man sie nämlich vor dem Anlaß der Maschine größer werden ließe, dabey aber die Injektionsröhre so hoch anlegte, als es §. 369. gemäs wäre. Alsdann käme die Maschine

schine bey einem größern Wärmegrad in den Beharrungsstand, und bey der größern Hitze würden auch in eben der Zeit elastischere Dämpfe erzeugt werden können. Wollte man hingegen bey der 16 Fuß hohen Injektionsröhre die Dämpfe vor Anlaß der Maschine z. B. bis zu $\mu = 2$ verstärken, so wäre man wegen der schon vorhin gedachten üblen Folge genöthigt, die Dämpfe durch Oefnung der aus dem Kessel in die freye Luft gehenden Dampfröhre wieder zu schwächen, bis die Maschine den zu der bereits angebrachten Injektionsröhre gehörigen Gang erhielte.

Daraus also, daß bey den Maschinen §. 342. in $7\frac{1}{2}$ Sekunde nur so viel Dämpfe von der Stärke $\mu = 1{,}3065 \pm 0{,}0285$ im Kessel wieder erzeugt werden, als in eben der Zeit aus dem Zylinder verlohren gehen, folgt nicht, daß, wenn z. B. die Last dort vermindert, also die Geschwindigkeit vergrößert und daher die Zeit eines Kolbenspiels verkürzt würde, alsdann nicht in der kürzern Zeit eines Kolbenspiels, die aus dem Zylinder verlohren gehenden Dämpfe auch wieder im Kessel sollten erzeugt werden können. Ich glaube vielmehr, obiger Theorie vom Verdämpfen zufolge, daß, da die Hitze des Wassers im Kessel ohnehin nicht vermindert wird, die zur Erzeugung so vieler Dämpfe, als durch den Zylinder verlohren gehen, erfoderliche Zeit ganz und gar nicht in Betrachtung kommt, oder für o zu achten ist. Wenn nämlich einmal das Wasser im Kessel die zu einer bestimmten Elasticität erfoderliche Hitze anfangs erhalten hat, so läßt die fernere schleunige Entstehung neuer Dämpfe im Kessel nur darum nach, weil der schon vorhandene Druck der Dämpfe auf die Oberfläche des Wassers solche verhindert; sobald aber dieser Druck beym Aufstei-

gen des Kolbens nachläßt, folgen auch neue Dämpfe in hinreichender Menge nach, und würden in größerer Menge, als den Verlust zu ersetzen nöthig wäre, nachfolgen, wenn bey der bestimmten Elasticität und zugehörigen Hitze eine größere Menge solcher Dämpfe in eben dem Raum beysammen seyn könnten. Wird daher die Einrichtung der Last so abgeändert, daß doppelt so viel Kolbenspiele bey der bestimmten Federkraft der Dämpfe erfolgen müssen, also in einerley Zeit auch doppelt so viel Dämpfe als vorher verlohren gehen müssen, so wird dieser doppelte Abgang eben so gut als vorher der einfache von eben der Feurung ersetzt werden, und wenn auch 60 Hübe in einer Minute erfolgen sollten.

Eben darum hat man bey Anwendung derer hier vorkommenden Formeln an nichts weiter zu denken, als daß die zur erfoderlichen Elasticität gehörige Feurung angewendet und beständig unterhalten, übrigens aber auch die zu solcher Elasticität gehörige Höhe der Injektionsröhre genommen werde, und nur der Gang für die Dauer der Maschine nicht zu heftig sey.

Bey der verbesserten Maschine (§. 350.) hat man sich um diese Höhe der Injektionsröhre nicht viel zu bekümmern. Sie ist zwar in der Figur ziemlich hoch gezeichnet; diese Höhe ist aber höchst überflüssig; denn wenn ihre ganze Höhe y heist, so gehört die Geschwindigkeit des im Evakuirkessel hervor sprützenden Strahls der Höhe $31 + x$ zu, insofern der Raum im Kessel so gut als Luft- oder Dampfleer angenommen werden kann. Zum wenigsten läßt sich also, wenn auch diese Röhre nur 1 Fuß hoch über den Kessel herausticht, diese Höhe $= 31$ Fuß hoch setzen, und man kann also die Cisterne sehr niedrig

brig, ja sogar noch niedriger als den Evakuirkessel selbsten anlegen, indem man dabey die Injektionsröhre von unten hinauf oder seitwärts in den Evakuirkessel leiten kann, daher man dabey niemalen eine hohe Pumpe, sondern nur so eine wie V nöthig hat, welche denn durch die Maschine selbst mit betrieben werden kann.

Vergleichung mit der verbesserten Englischen Maschine.

§. 371.

Weil für diese $\frac{m}{n} = 0$ gesetzt werden darf, (§. 357.) so verwandelt sich die Formel §. 353. in diese

$$\frac{1}{2}t = \sqrt{\left\{\frac{0{,}064 \cdot b \cdot \mathfrak{W} \cdot \xi \cdot \frac{\mathfrak{W}}{w}}{[k-(h+f)] \cdot w - l \cdot \mathfrak{W}}\right\}}$$

also (§. 362.)

$$A = \frac{0{,}064 \cdot b \cdot \mathfrak{W} \cdot \xi \cdot \frac{\mathfrak{W}}{w}}{[k-(h+f)] \cdot w - l \cdot \mathfrak{W}}$$

und $\mu = \frac{(b+A) \cdot (k+f-h)}{A \cdot k}$

§. 372.

Um nun den Effekt dieser Maschine mit der alten zu vergleichen, nehme man aus §. 363.

$b = 6$ Fuß $\quad w = 3{,}14 \cdot 18^2$ Q. Z.
$\xi = l = 192$ — $\quad \mathfrak{W} = w = 3{,}14 \cdot 4{,}25^2$ —
$b = 6$ — $\quad h = 8$ Fuß
$k = 31$ — $\quad f = 6$ —

und suche nun die Werthe von t und μ.

Es ist nämlich

$$t = \sqrt{4A} = \sqrt{\left(\frac{294{,}9}{(31-14).17{,}94-192}\right)} = 1{,}61 \text{ Sek.}$$

und $$\mu = \frac{(6+0{,}65).(31+6-8)}{0{,}65 \cdot 31} = 9{,}5$$

Einen so hohen Grad der Elasticität müßten also die Dämpfe haben, wenn der Zylinderkolben eben so schnell aufsteigen sollte, als er hier sinkt, nämlich in der Zeit $\frac{1}{2}$ t oder $\frac{1{,}61}{2}$ d. i. 0,8 Sek.

Man lasse aber den Dämpfen nur die nämliche Federkraft wie §. 363. nämlich

$$\mu = 1{,}335$$

so ist, weil sonst alles wie dort ist, die Zeit eines Kolbenaufgangs auch wie dort

$$= \frac{7{,}5}{2} = 3{,}75 \text{ Sek.}$$

also die Zeit eines ganzen Kolbenspiels $= 0{,}8 + 3{,}75 = 4{,}55$ Sekunden. In diesem Fall wäre also die Verhältniß der Effekte der alten und verbesserten Maschine

$$= 4{,}55 : 7{,}5 = 0{,}60 : 1$$

Setzte man $\mu = 1{,}5$ daß nämlich die Dämpfe noch halb so elastisch als die Atmosph. werden sollten, so wäre (§. 361.)

$$\frac{1}{2}T = \sqrt{\left(\frac{6.(6+31-8)}{0{,}5 \cdot 31+8-6}\right)} = \sqrt{\left(\frac{174}{17{,}5}\right)}$$

$$= 3{,}15 \text{ Sek.}$$

also die Zeit eines ganzen Kolbenspiels

$$= 0{,}8 + 3{,}15 = 3{,}95 \text{ Sek.}$$

dagegen der Holzaufwand $= \left(\frac{1,500}{1,335}\right)^2 \cdot 3\frac{1}{2}$ Klafter (§. 366.) $= 4,44$ Klafter, folglich die wahre Verhältniß der Effekte der alten und verbesserten Maschine

$= 3,95 \cdot 4,44 : 7,5 \cdot 3\frac{1}{2}$

$= 17,53 : 26,25 = 0,67 : 1$

Ich will noch einen andern Werth von μ nehmen, nämlich $\mu = 1$; das gibt

$$\tfrac{1}{2}\,T = \sqrt{\left(\frac{6 \cdot (6 + 31 - 8)}{8 - 6}\right)} = 9,33 \text{ Sek.}$$

also die Zeit eines ganzen Kolbenspiels

$= 0,8 + 9,33 = 10,13$ Sek.

der erfoderliche Holzaufwand wäre

$$= \left(\frac{1}{1,335}\right)^2 \cdot 3,5 = 1,1 \text{ Klafter}$$

also die Verhältniß der Effekte der alten und der verbesserten Maschine

$= 1,1 \cdot 10,13 : 3,5 \cdot 7,5 = 11 : 26$

$= 0,42 : 1$

Man hat also

für $\mu = 1,335$; $1,5$; 1;

die Verhältniß der Effekte der alten und der verbesserten Maschine $= 0,60$; $0,67$; $0,42$;

also die Verhältniß der Effekte von letzterer $= 1,66$; $1,49$; $2,38$

§. 373.

Aber einen so kleinen Werth von $\frac{1}{2}\,t$, wie der hier gefundene 0,8 Sek. ist, darf man in der Ausübung, be-

sonders wegen des Ruins der Maschine nicht gestatten, daher ist es besser, den Werth von $\frac{1}{2}$ t $=$ $\frac{1}{2}$ T Sek. beyzubehalten, und lieber den Werth von h dieser Voraussetzung gemäs abzuändern. Diesemnach hat man aus §. 371. für T $=$ 7,5 Sek.

$$3{,}75 = \sqrt{\left\{\frac{0{,}064 \cdot b \cdot \mathfrak{W} \cdot \ell \cdot \frac{\mathfrak{W}}{w}}{\kappa \cdot w - f \cdot w - h \cdot w - l \cdot \mathfrak{W}}\right\}}$$

also

$$(\kappa - f) \cdot w - l \cdot \mathfrak{W} - h \cdot w = \frac{0{,}064 \cdot b \cdot \mathfrak{W} \cdot \ell \cdot \frac{\mathfrak{W}}{w}}{12{,}25}$$

oder allgemeiner

$$= \frac{0{,}064 \cdot b \cdot \mathfrak{W} \cdot \ell \frac{\mathfrak{W}}{w}}{\frac{1}{4} t^2}$$

und daher $h = \kappa - f - l \cdot \frac{\mathfrak{W}}{W} - \frac{0{,}256 \cdot b \cdot \mathfrak{W} \cdot \ell \cdot \frac{\mathfrak{W}}{w}}{t}$

diesen Werth von h gebraucht man nun in der Formel für μ (§. 361.) wo man zugleich T $=$ t setzt.

§. 374.

Man könnte aber überhaupt fragen, wie die Werthe von $\mathfrak{W}$ oder w, T, und μ beschaffen seyn müßten, um bey einem bestimmten Werth von h die vortheilhafteste Einrichtung zu erhalten.

Weil ich für den Auf- und Niedergang des Zylinderkolbens gleiche Zeiten voraussetze, so verhält sich der Effekt von einerley Maschine wegen des Holzaufwands

wie

wie $\frac{1}{\mu^2 \cdot T}$ also auch

wie $\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{b \cdot (f + \kappa - h) \cdot \mu^4}{(\mu - 1) \cdot \kappa + h - f}\right)}}$

Dieser Quotient wird am größten, wenn $\frac{1}{\frac{b \cdot (f + \kappa - h) \cdot \mu^4}{(\mu - 1) \cdot \kappa + h - f}}$ am größten wird. Um also den vortheilhaftesten Werth von μ anzugeben, darf man nur den Werth von μ suchen, für welchen der Ausdruck $\mu^4 \cdot \frac{b \cdot (f + \kappa - h)}{(\mu - 1) \cdot \kappa + h - f}$ ein Minimum wird. Ein Maximum gibt $\mu = \infty$, und der endliche Werth von μ, welchen die gewöhnliche Methode des Größten und Kleinsten gibt, bezieht sich also auf ein Minimum, folglich auf den vortheilhaftesten Werth.

Die Differentialrechnung gibt nun

$$d\mu^4 \cdot \frac{b \cdot (f + \kappa - h)}{(\mu - 1) \cdot \kappa + h - f} = \frac{4b \cdot (f + \kappa - h) \cdot \mu^3}{(\mu - 1) \cdot \kappa + h - f} \cdot d\mu$$

$$- \frac{b \cdot (f + \kappa - h) \cdot \kappa \cdot \mu^4}{[(\mu - 1) \cdot \kappa + h - f]^2} \cdot d\mu$$

also nach der Methode des Größten und Kleinsten

$$\frac{4\mu^3}{(\mu - 1) \cdot \kappa + h - f} = \frac{\kappa \cdot \mu^4}{[(\mu - 1) \cdot \kappa + h - f]^2}$$

und $$4 = \frac{\kappa \mu}{(\mu - 1) \cdot \kappa + h - f}$$

demnach $$4\kappa \cdot \mu - 4 \cdot (\kappa - h + f) = \kappa \cdot \mu$$

und hieraus folgt

$$\mu =$$

$$\mu = \frac{4 \cdot (\kappa - h + f)}{3\,\kappa} = 1{,}333 \cdot \frac{\kappa - h + f}{\kappa}$$

§. 375.

Diesen Werth nun statt μ in §. 361. gebraucht, gibt

$$\tfrac{1}{2}\,T = \sqrt{\left(\frac{b \cdot (f + \kappa - h)}{1{,}333 \cdot (\kappa - h + f) - (\kappa - h + f)}\right)}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{b \cdot (f + \kappa - h)}{0{,}333 \cdot (f + \kappa - h)}\right)}$$

$$= \sqrt{3\,b}$$

Man erhält also einen äußerst einfachen Ausdruck für $\frac{1}{2}\,T$.

§. 376.

Nun setze man also (§. 362.)

$$\sqrt{3 \cdot b} = \sqrt{\left[\frac{0{,}064 \cdot b \cdot \mathfrak{W} \lambda \cdot \frac{\mathfrak{W}}{w}}{\left[\kappa - \left(h + f + \frac{m}{n} \cdot \kappa\right)\right] \cdot w - l \cdot \mathfrak{W}}\right]}$$

so erhält man

$$\left[\kappa - \left(h + f + \frac{m}{n} \cdot \kappa\right)\right] \cdot w - l \cdot \mathfrak{W} = \frac{0{,}064 \cdot b \cdot \mathfrak{W} \cdot \lambda \cdot \frac{\mathfrak{W}}{w}}{3 \cdot b}$$

Demnach

$$w = \frac{l \cdot \mathfrak{W} + \frac{0{,}064 \cdot b \cdot \mathfrak{W} \cdot \lambda \cdot \frac{\mathfrak{W}}{w}}{3 \cdot b}}{\kappa - \left(h + f + \frac{m}{n} \cdot \kappa\right)}$$

§. 377.

§. 377.

Aus §. 374-376. ergeben sich also die zur vortheilhaftesten Einrichtung gehörigen Werthe von w, T, und μ, und zwar allgemein für die verbesserte sowohl als für die alte Maschine, nur daß man für erstere im Werth von w, $m = o$ setzt. Aus der letztern Formel ergibt sich auch

$$w \cdot \left[k - \left(h + f + \frac{m}{n} \cdot k\right)\right] = \frac{0{,}064 \cdot b \cdot \xi}{w \cdot 3 \cdot b} \cdot \mathfrak{W}^2 + l \cdot \mathfrak{W}$$

oder

$$\frac{w \cdot w \cdot \left[k - \left(h + f + \frac{m}{n} \cdot k\right)\right] \cdot 3 \cdot b}{0{,}064 \cdot b \cdot \xi} = \mathfrak{W}^2 + \frac{l \cdot w \cdot 3 \cdot b}{0{,}064 \cdot b \cdot \xi} \cdot \mathfrak{W}$$

also

$$\mathfrak{W} = -\frac{3 \cdot l \cdot w \cdot b}{0{,}128 \cdot b \cdot \xi} + \sqrt{\left[\left(\frac{3 \cdot l \cdot w \cdot b}{0{,}128 \cdot b \cdot \xi}\right)^2 + \frac{3 \cdot b \cdot w \cdot w \cdot \left[k - \left(h + f + \frac{m}{n} \cdot k\right)\right]}{0{,}064 \cdot b \cdot \xi}\right]}$$

Aus diesen Formeln für T, μ und $\mathfrak{W}$ hat man also, wenn die übrige Einrichtung der Maschine schon bestimmt ist, die vortheilhafteste Bestimmung der Geschwindigkeit des Zylinderkolbens, der Elasticität der Dämpfe, und der Weite der Pumpenstiefel, welche die Maschine betreiben kann.

§. 378.

Aus erwähnten Formeln erhellet zugleich, daß für die alte und verbesserte Maschine einerley T und einerley μ gefunden werden, nur der Werth von $\mathfrak{W}$ kommt bey letzterer größer heraus, weil da $m = o$ ist.

Da

Da also für diese Einrichtung beyde Maschinen einerley Holzmengen erfodern, auch gleiche Anzahl Hübe in einer Minute thun, so erhalten sich ihre Effekte schlechthin wie die Werthe von W, welche die Formel §. 377. gibt.

Ich will nun hiervon noch eine Anwendung machen.

Bey der Maschine (§. 342. No. II.) war

$$b = 6 \text{ Fuß}$$
$$h = 8 \text{ —}$$
$$K = 31 \text{ —}$$
$$f = 6 \text{ —}$$

Soll sie also die vortheilhafteste Einrichtung erhalten, so hat man

die Zeit eines Kolbenspiels $= 2\sqrt{3b}$ (§. 375.)
$= 2\sqrt{18} = 8{,}49$ Sek.

der Zylinderkolben müßte also statt 8 etwa 7mal in einer Minute auf und nieder spielen.

Ferner

$$\mu = 1{,}333 \cdot \frac{K - h + f}{K} \text{ (§. 374.)} = 1{,}333 \cdot \tfrac{29}{31}$$
$$= 1{,}247$$

Die Dämpfe brauchten also eine geringere Elasticität, als sie wirklich haben, da solche (§. 363.) $= 1{,}335$ gefunden wurde. Berechnet man den Werth von W unter der Voraussetzung $w = \frac{3{,}14 \cdot 4{,}25^2}{144}$ Quad. Fuß; so findet man für $\frac{m}{n} K = 6$ d. i. für die alte Maschine

W =

$$W = -9{,}234 + \sqrt{(85{,}266 + 7{,}470)}$$
$$= -9{,}234 + 9{,}630 = 0{,}396 \text{ Quad. Fuß}$$

welches den Durchmesser der zu betreibenden Pumpenstiefel

$$= 8{,}5 \text{ Zoll gibt}$$

grad, wie er §. 342. No. II. angegeben ist.

Hingegen für $m = 0$ d. i. für die verbesserte Maschine kommt

$$W = -9{,}234 + \sqrt{(85{,}266 + 11{,}548)}$$
$$= -9{,}234 + 9{,}839 = 0{,}605 \text{ Quad. Fuß.}$$

Daß also diese Maschine bey eben der Feurung 10,53 Zoll weite Pumpenstiefel betreiben könnte.

Der Effekt dieser verbesserten Maschine würde sich also zu dem Effekt der No. II. §. 342. verhalten, wie

$(1{,}335^2 \cdot 3{,}5) \cdot 7{,}5 \cdot 0{,}605$ zu $(1{,}247^2 \cdot 3{,}5) \cdot 8{,}49 \cdot 0{,}396$

d. i. wie 1,546 zu 1.

§. 379.

Das Bisherige (von §. 373. bis 378.) dient, die verschiedenen Effekte zu beurtheilen, auch sie unter gegebenen Umständen zu vergrößern. Sonst aber folgt daraus nicht, daß dergleichen Verfahren überhaupt der gesammten Maschinen-Einrichtung die größte Vollkommenheit gebe. Hierzu gehört eine Rücksicht nicht blos auf einige sondern auf alle Bestimmungen, und da ist dann vorzüglich nöthig, daß bey der Maschine so wenig als möglich vor der wirkenden Kraft auf eine Nebenlast, zu deren Wältigung nämlich die Maschine eigentlich nicht bestimmt ist, verwendet werde. Dahin gehören nun die Größen f und h, denn die Maschine ist nicht bestimmt,

Friktion und Stangenwerk mit Zubehör zu wältigen, sondern Wasser zu fördern. Die Größe f läßt sich nun freylich nicht wegschaffen, wenn die Maschine nicht eine ganz andere Einrichtung erhalten soll, dergleichen ich unten noch angeben werde. Aber der Werth von h läßt sich völlig auf o bringen. Und es wäre daher in Rücksicht auf die berechnete Resultate die schon oben §. 356. gegebene Einrichtung ohnstreitig die vollkommenste. Rechnet man nämlich nach dortigen Formeln, so findet man den Effekt bey einer solchen Einrichtung zum Erstaunen groß, so daß nach dieser Theorie mit eben der Feurung, wenn man die Einrichtung (§. 356.) bey der verbesserten Englischen Maschine trift, sehr wohl 6mal so viel, als mit den Maschinen (§. 342. No. I. u. II.) ausgerichtet werden kann. *) Allemal thut man aber wohl, wenn man dem Kolben keine allzugroße Geschwindigkeit dabey gestattet. Daher man t allemal zwischen 4 bis 8 Sek. festsetzen und daraus nach §. 358. *) W oder w bestimmen kann. S. §. 392.

§. 380.

Ich habe schon oben §. 325. meiner neuen Dampfmaschine erwähnt, die aber nicht, wie die bisherigen, zu Betreibung einer Stangenkunst mit Pumpen gebraucht werden kann, sondern selbst statt einer Pumpe dient, und nur vorzüglich zu Betreibung der Gradirhäuser auf Salzwerken nützlich ist. Ihr Hauptvortheil besteht darin: 1) daß bey ihr beynahe alle Kraft bloß und unmittelbar auf die Wältigung des Wassers verwendet wird, so daß auch f so gut als o angesehen werden kann,

2) daß

*) S. §. 392.

2) daß alles Injektionswasser dabey erspart wird, welches eine nicht ganz unbeträchtlich gewonnene Kraft ist,
3) daß der Bau der Maschine weniger Kunst braucht und weit weniger Reparaturen bedarf. *)

§. 381.

Die senkrechte Höhe der als Last druckenden Wassersäule besteht bey dieser Maschine aus der in der Steigröhre befindlichen, welche man von der Mitte zwischen dem Wasserspiegel im Kessel und der untern Oefnung der Steigröhre an mißt; und aus der Wassersäule, welche dem Druck der über der Steigröhre druckenden Atmosphäre gleich ist.

Jene soll l, diese k, und die mittlere Weite des mit Wasser angefüllten Kessels W, die der Steigröhre w heißen, und die Länge der Steigröhre = L seyn;

Da nun die Atmosphäre gleichsam eine unendlich weite Röhre ausfüllt, so kann man sich die den Dämpfen entgegen druckende Säule aus zwey Stücken zusammengesetzt gedenken; das erste auf die Länge L hat die Weite w, das zweyte auf die Länge k die Weite = ∞.

§. 382.

Nun betrachte ich den Kessel mit der Steigröhre als den Stiefel eines Druckwerks mit seiner Steigröhre, und die auf das Wasser in diesem Kessel druckenden Dämpfe

*) Unter diese Reparaturkosten gehören nicht allein die zur Dampfmaschine selbsten gehörigen, sondern auch die, welche die Unterhaltung der Stangenkunst, Kunstkreuze, Pumpensätze und Pumpenkolben verursachen.

Dämpfe als den Kolben; wenn man also eine doppelte Dampfmaschine, so wie oben ein doppeltes Druckwerk, hätte, so wäre nach (vor. Abhandl. §. 190.), die Kraft der Dämpfe $= P$ gesetzt,

$$\frac{P}{W} = (1 + \kappa) + \frac{0{,}256 \cdot b' \cdot W}{t^2} \cdot \frac{L}{w} + \frac{\kappa}{\infty}$$

$$= 1 + \kappa + \frac{0{,}256 \cdot b \cdot W \cdot L}{t^2 \cdot w}$$

wo nämlich b die Tiefe ist, um welche der Wasserspiegel im Kessel, wenn die Steigröhre schon voll ist, bis zur untern Oefnung der Steigröhre niedergetrieben wird, und t die doppelte Zeit, worin dieses geschieht; Setzt man also die einfache Zeit $= T$, so ist

$$T = \sqrt{\left[\frac{0{,}064 \cdot b \cdot W \cdot L}{\left(\frac{P}{W} - (1 + \kappa)\right) \cdot w}\right]}$$

§. 383.

Der zu einem jeden Wärmegrad des Wassers gehörige Werth von $\frac{P}{W}$ gibt sich aus §. 321.

$$= x + 31 = x + \kappa$$

und dieß statt $\frac{P}{W}$ gesetzt, gibt

$$T = \sqrt{\left(\frac{0{,}064 \cdot b \cdot W \cdot L}{(x - 1) \cdot w}\right)}$$

Soll also der Wasserspiegel im Kessel in einer bestimmten Zeit T um die Tiefe b sinken, so hat man

(x —

$$(x-1).w = \frac{0{,}064.b.W.L}{T^2}$$

und

$$x = 1 + \frac{0{,}064.b.W.L}{T^2.w}$$

Es versteht sich aber hierbey die Wirkung der Maschine von der Zeit an, da die Steigröhre schon ganz mit Wasser angefüllt ist. Hierzu wird aber gleichfalls eine gewisse Zeit t erfodert, um nämlich, vom Anfang des Steigens gerechnet, erst die ganze Steigröhre mit Wasser anzufüllen.

§. 384.

Die Tiefe, um welche der Spiegel im Kessel sinken muß, bis das Wasser die ganze Steigröhre füllt, heiße β, so ist

$$\beta = \frac{w}{W} . L$$

und hieraus gibt sich

$$t = \tfrac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{0{,}064.\beta.W.L}{(x-1).w}\right)}$$

$$= \sqrt{\left[\frac{0{,}016.\frac{w.W}{W}.L}{(x-1).w}\right]}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{0{,}016.L}{x-1}\right)}$$

demnach

$$T + t = \sqrt{\left(\frac{0{,}064.b.W.L}{(x-1).w}\right)} + \sqrt{\left(\frac{0{,}016.L}{x-1}\right)}$$

dieses quadrirt, gibt

$$(T+t)^2 = \frac{0{,}064.b.W.L}{(x-1).w} + \frac{0{,}016.L}{x-1} + \sqrt{\left(\frac{0{,}064^2.L^2.b.W}{(x-1)^2.w}\right)}$$

$$= \frac{0{,}064.b.W.L}{(x-1).w} + \frac{0{,}016.L}{x-1} + \frac{0{,}064.L}{x-1}.\sqrt{\left(\frac{b.W}{w}\right)}$$

demnach

$$x-1 = \frac{0{,}064.b.\frac{W}{w}.L + 0{,}016.L + 0{,}064.L.\sqrt{\left(\frac{b.W}{w}\right)}}{(T+t)^2}$$

und

$$x = 1 + \frac{0{,}064.b.\frac{W}{w}.L + 0{,}016.L + 0{,}064.L.\sqrt{\left(\frac{b.W}{w}\right)}}{(T+t)^2}$$

§. 385.

Setzt man also $T + t = \tau$, so ist die Wassermenge, welche in der Zeit τ auf der Höhe l ausgegossen wird,

$$= b . W$$

Nun sey die ganze Tiefe von der Oberfläche des Wassers im Kessel bis zu der tiefsten Stelle, zu welcher es in der Zeit τ niedergetrieben wird $= B$, so ist

$$B = b + \beta = b + \frac{w}{W} . L,$$

also $$b = B - \frac{w}{W} . L$$

und daher

$$\text{also}$$

$$\frac{1 + \frac{0{,}064 \cdot \left(B - \frac{w}{W} \cdot L\right)}{\tau^2} \cdot \frac{W}{w} \cdot L + 0{,}016 \cdot L}{1 + \frac{0{,}064 \cdot \left(\frac{W}{w} \cdot B \cdot L - L^2\right)}{\tau^2} + 0{,}016 \cdot L + 0{,}064 \cdot L \cdot \sqrt{\left(\frac{W}{w} \cdot B - L\right)}}$$

und hiernach die Menge

$$M = \left(B - \frac{w}{W} \cdot L\right) \cdot W$$
$$= B \cdot W - L \cdot w$$

§. 386.

Die hierzu erfoderliche Federkraft des Dampfes ist

$$\frac{\varkappa}{\varkappa} = 1 + \frac{1}{\varkappa}$$

$$= 1 + \frac{0{,}064 \cdot L \cdot \sqrt{\left(\frac{W}{w} \cdot B - L\right)} + 0{,}016 \cdot L}{\tau^2}$$

und die zugehörige Wärme des Wassers gibt sich aus der Formel

$$\gamma = 212 + 1{,}76 \cdot x \text{ Gr.} \quad (\S\ 322.)$$

oder aus der Tafel §. 321.

§. 387.

Nach jedem Ausguß erfolgt der Rückfall des Wassers aus der Steigröhre in den Kessel. Zu dem Ende ist bey δ eine Oefnung in der Wand der Kommunikationsröhre oder eigentlich im Pippengehäus, wodurch alsdann nach Umdrehung der Pippe C die Dämpfe plötzlich heraus fahren, so daß die Wassersäule ungemein schnell zurück fällt. Zu gleicher Zeit läuft denn wieder Wasser in den Kessel und füllt solchen wieder an.

§. 388.

Ex. Es sollen zu einem Ausguß, vom Anfang des Steigens angerechnet, 6 Sekunden verstreichen, der ganze Ausguß 20 Kub. Fuß betragen, und die Höhe $l = L =$ 40 Fuß seyn, so hat man

$$\tau = 6$$
$$M = 20 \text{ Kub. Fuß}$$

Ferner nehme ich

$$w = 1 \text{ Quad. Fuß}$$
$$B = 8 \text{ Fuß}$$

also $20 = B \,.\, W - w \,.\, L = 8 \,.\, W - 1 \,.\, 40$

und daher $W = \frac{60}{8} = 7{,}5$ Quadr. Fuß

Setzt man nun $\kappa = 31$, so ergibt sich nach der Formel §. 386.

$$\mu = 1 + \frac{40}{31} + \frac{0{,}064.(7{,}5.8.40 - 40^2) + 0{,}016.40 + 0{,}064.40\sqrt{(7{,}5.8 - 40)}}{36 \cdot 31}$$

$$= 1$$

$$= 1 + 1{,}29 + \frac{51{,}20 + 0{,}64 + 11{,}44}{576} = 2{,}4$$

Weil nun hier der Wasserkessel ohngefähr die Größe wie bey obigen Engl. Maschinen der Zylinder hat, also auch der Dampfkessel eben die Größe beyläufig haben darf, so kann man die nöthige Holzmenge in 24 Stunden

$$= \frac{2{,}4^2}{1{,}335^2} \cdot 3{,}5 = 11{,}27 \text{ Klafter}$$

setzen. Rechnet man nun zum Rückfall und Wiederanfüllen des Kessels auch 6 Sekunden, so geschehen in 1 Minute 5 dergleichen Ausgüsse, die also zusammen 100 Kub. Fuß Wasser in 1 Minute auf die Höhe von 40 Fuß liefern.

Nun liefert eine der obigen alten Engl. Maschinen in 1 Minute etwa 20 Kub. Fuß Wasser 192 Fuß hoch, und es erhellet also, daß zu gleichem Effekt die hier erwähnte Maschine etwa 3,22mal so viel Holzaufwand erfodert, als die alte Englische.

§. 389.

Man schließe hieraus noch nicht übereilt auf den großen Vorzug der alten Englischen, ich habe nämlich im Ex. die Abmessungen mit Fleiß so genommen, daß sehr schlechter Effekt heraus kommen mußte, um nunmehr noch näher zeigen zu können, worauf es eigentlich bey einer vortheilhaften Einrichtung dieser Maschine ankomme. Es zeigen sich dabey große Verschiedenheiten von der Vollkommenheit der Druckwerke.

Betrachtet man die Formel für μ (§. 386.), so erhellet

1) daß in dem Werth von μ die beyden ersten Glieder der $1 + \frac{1}{K}$ bey weitem den größten Theil ausmachen, und daß sich daher auch bey einer merklichen Abänderung des Werths von τ dennoch μ nicht gar sehr ändert; man kann also durch eine geringe Vergrößerung des Werths von μ d. i. durch eine geringe Vergrößerung der Federkraft der Dämpfe schon merklich mehrere Ausgüsse in 1 Minute erhalten.

2) Daß der Werth von μ sich wenig abändert, wenn gleich w sich merklich verkleinert, also M merklich vergrößert wird. Nimmt man z. B. wie vorhin $B . W = 60$ Kub. Fuß und $w = \frac{1}{5}$ Quad. Fuß, so hat man

$$M = 60 - \frac{40}{5} = 52 \text{ Kub. Fuß}$$

und nun kann man $\tau = 4$ Sek. setzen, so gibt die Maschine bey jedem Ausguß 52 Kub. Fuß, also in 9 Ausgüssen, wenn nämlich für den Rückfall und Wiederanfüllen des Kessels 5 Sek. gerechnet werden, 468 Kub. Fuß Wasser auf die Höhe von 40 Fuß.

Berechnet man das hierzu gehörige μ und den damit verbundenen Holzaufwand, so zeigt sich der große Unterschied gegen §. 388.

Hieraus folgt die der Theorie der Druckwerke grad entgegen gesetzte Regel, daß man τ und w klein nehmen müsse. Ueberhaupt kann man allemal

$$L . w = \frac{1}{5} B . W$$

oder

oder $w = \frac{B \cdot W}{8 \cdot L}$

nehmen.

§. 390.

Inzwischen behält die oben von mir vorgeschlagene verbesserte Englische Maschine allerdings in ihrem Effekt den Vorzug. Will man solche zu Betreibung der Gradirhäuser anwenden, so kann der Evakuirkessel mit seinem Boden etwas höher liegen, als der Boden des untern Gradirhausbassins, und die Injektionsröhre darf sodann nur aus dem untern Bassin in den Kessel seitwärts hinein geleitet werden (§. 370.*). Die Pippe OP wird dabey, wie bey der alten Englischen Maschine die Pippe der Injektionsröhre, durch die Maschine selbst gedreht. Weil, wie aus der obigen Beschreibung §. 350. erhellet, die Dämpfe gleich nach Eröfnung der Wendungspippe OP ohne Rücksicht auf das Injektionswasser schon ausserordentlich verschwächt werden, so ist es nicht nothwendig, daß in dem nämlichen Augenblick O und T zugleich gedreht werden, sondern es kann die Einrichtung so gemacht werden, daß durch das Gestänge, welches der Zylinderkolben beym Niedergang in Bewegung setzt, der Hahn T gleich anfangs in die erfoderliche Lage gedreht werde. Doch läßt es sich auch leicht einrichten, daß durch einerley Vorrichtung O und T zugleich gedreht werden, welches freylich desto besser ist.

§. 391.

Ich finde hier noch eine Erinnerung zu §. 359. u. §. 379. nöthig. Dort ist nämlich nur eine Vergleichung zwischen der alten und verbesserten Einrichtung der

Englischen Maschine angestellt worden, dafern auch die alte selbst schon besser als zu Schemnitz, nämlich mit $h = 0$ angelegt wäre. Hier will ich daher noch eine Vergleichung zwischen beyden Maschinen beyfügen, wobey ich die alte Engl. Maschine, wie sie zu Schemnitz wirklich ist, zum Grund lege.

Nimmt man nämlich aus §. 342.

$b = 6$ Fuß $\quad m = 0$

$\mathfrak{L} = l = 192$ — $\quad w = 7{,}06$ Quad. Fuß

$f = 6$ — $\quad w = \mathfrak{W} = 0{,}349$ —

$K = 31$ —

so erhält man die Zeit eines Kolbenspiels bey der verbesserten Maschine aus §. 358.

$$= \sqrt{\left[\frac{0{,}256 \cdot 6 \cdot 192}{(31-6) \cdot \frac{7{,}06}{0{,}394} - 192}\right]} = 1{,}012$$

§. 392.

Nun braucht man zu der hier erfoderlichen Elasticität der Dämpfe $\left(\frac{2}{1{,}335}\right)^2$ d. i. 2,25mal so viel Holz, als zu der Maschine §. 363. Also wäre der Effekt der verbesserten Maschine bey der vollkommensten Einrichtung (§. 356.)

$$\frac{\frac{7{,}5}{1{,}012}}{2{,}25} \text{ d. i. } 3{,}3\text{mal}$$

so groß als der Effekt der alten Englischen, wenn die verbesserte nicht in diesem Fall sowohl beym Auf- als Niedergang des Zylinderkolbens das Wasser in den Pumpensätzen

pensätzen höbe, daher dieserwegen der Effekt nicht 3,3 sondern 6,6mal so groß als bey der alten Maschine ist.

In der Ausübung ist es aber nicht gestattet, die Maschine so heftig spielen zu lassen, und man darf nicht wohl mehr als 15 Hübe von der beschriebenen Höhe zulassen.

Es ist daher hier allemal am besten, t so klein als es die Ausübung verstattet, anzunehmen, und daraus die Weite der Pumpensätze nach §. 358.*) zu bestimmen, nämlich nach der Formel

$$W = \frac{(K - f) \cdot w}{0{,}256 \cdot b \cdot \frac{\xi}{t^2} + 1}$$

Man findet hiernach

$$W = 0{,}89 \text{ Quadr. Fuß.}$$

Weil nun die Maschine bey dieser Einrichtung im Auf- und Niedergang des Kolbens gleichviel Wasser hebt, so muß man die Zahl verdoppeln, also in Vergleichung des Effekts

$$W = 2 \cdot 0{,}89 = 1{,}78 \text{ Quadr. Fuß}$$

setzen. Es ist aber §. 391.

$$W = 0{,}394 \text{ Quadr. Fuß.}$$

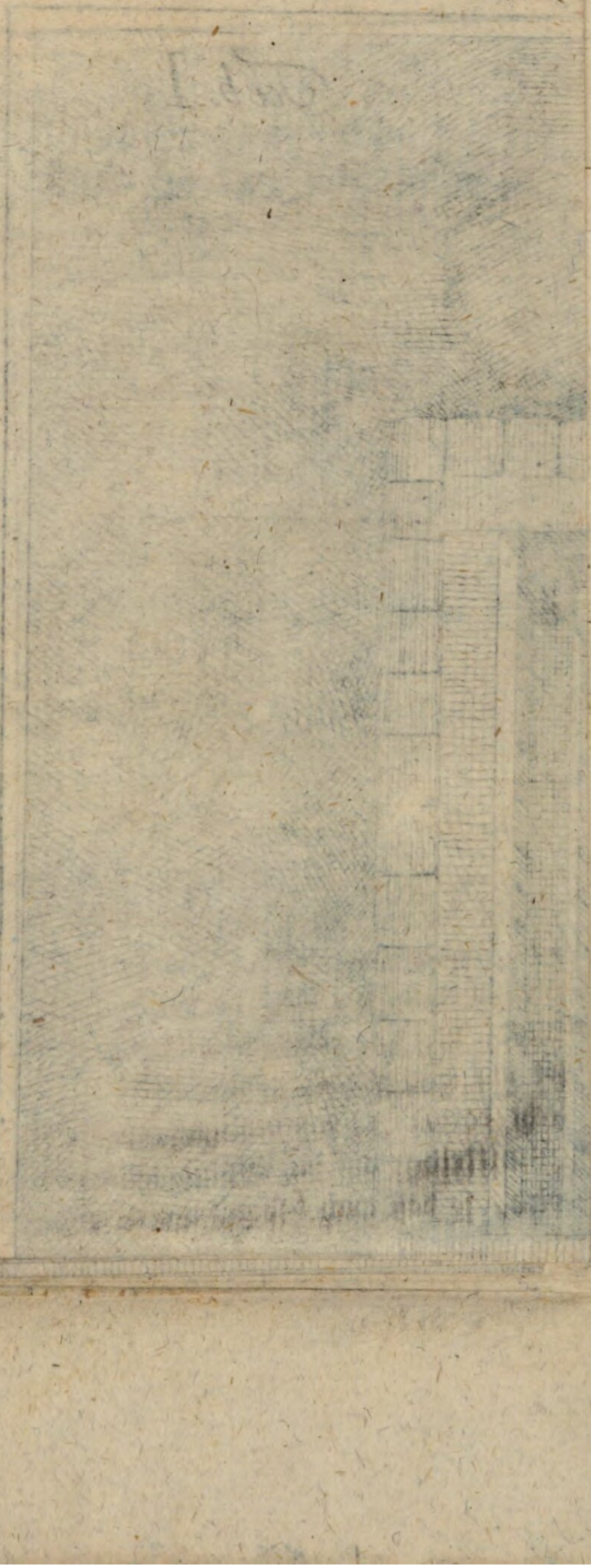
Es ist also in Rücksicht auf Holz, Zeit und W, der Effekt der verbesserten Maschine

$$\left(\frac{1{,}335}{2}\right)^2 \cdot \frac{7{,}5}{6} \cdot \frac{1{,}78}{0{,}394} \text{ d. i. } 2{,}5\text{mal}$$

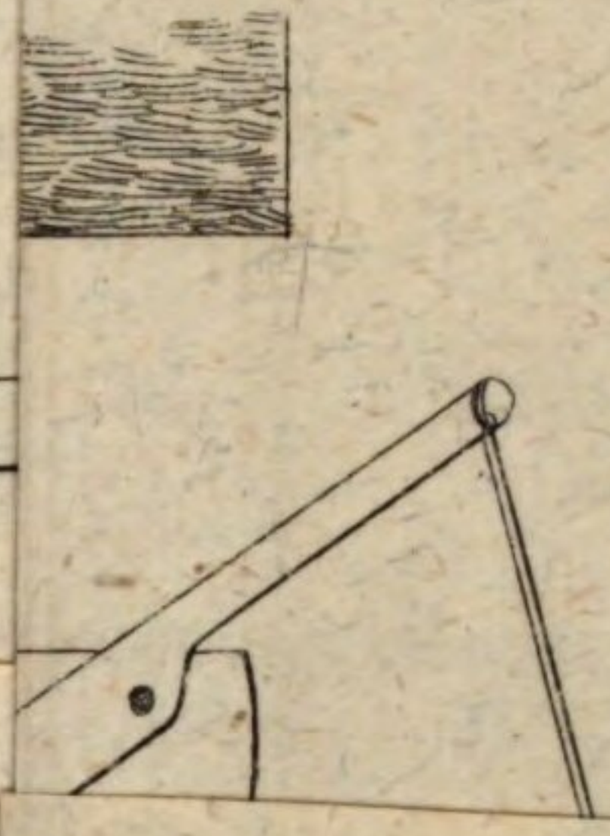
so groß als der Effekt der alten Englischen.

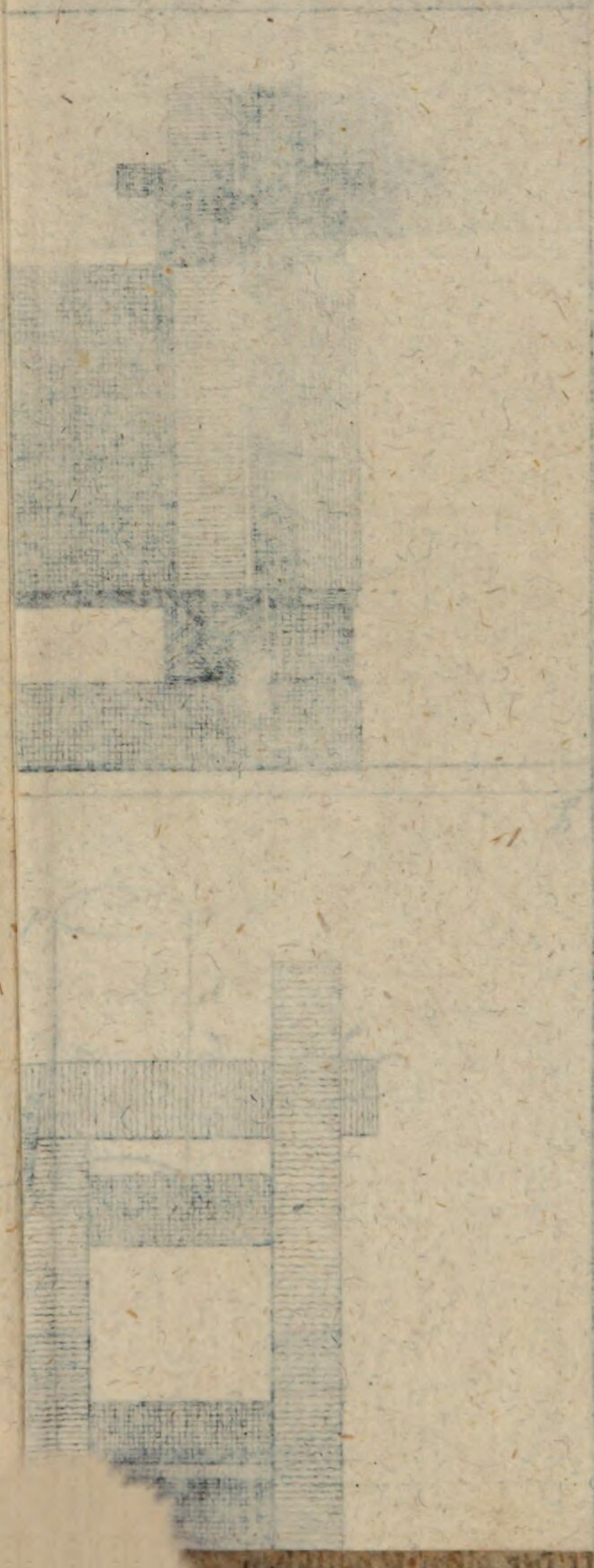
Ver-

Verstatt man 12 Hübe in einer Minute, also $t = 5$, so fände man auf eben die Art den Effekt 3mal so groß, und so läßt sich also bey der verbesserten Maschine unter der Einrichtung §. 356. allemal ein 3mal so großer Effekt erhalten, als mit der alten Englischen (§. 363.), oder man kann mit $\frac{1}{3}$ Klafter eben so weit als bey der alten mit 1 Klafter Holz reichen.



Tab. II.





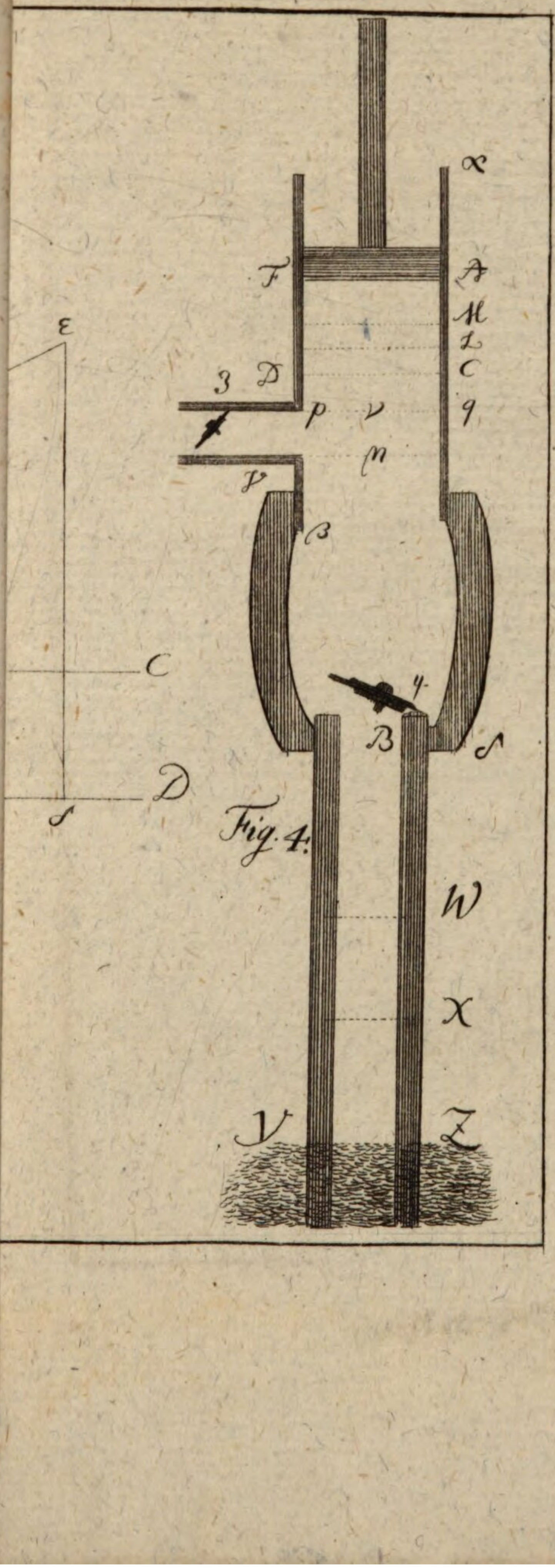
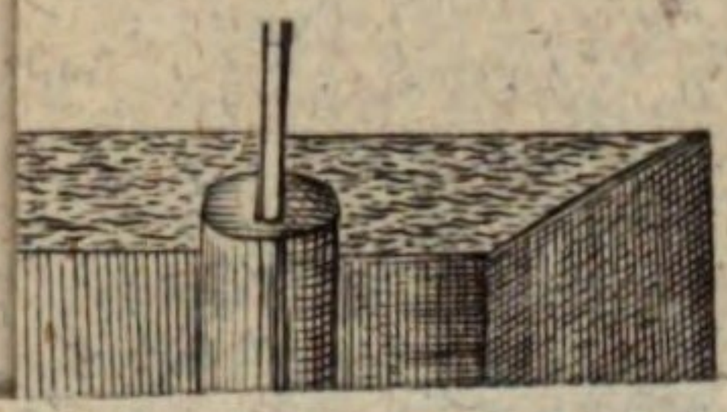
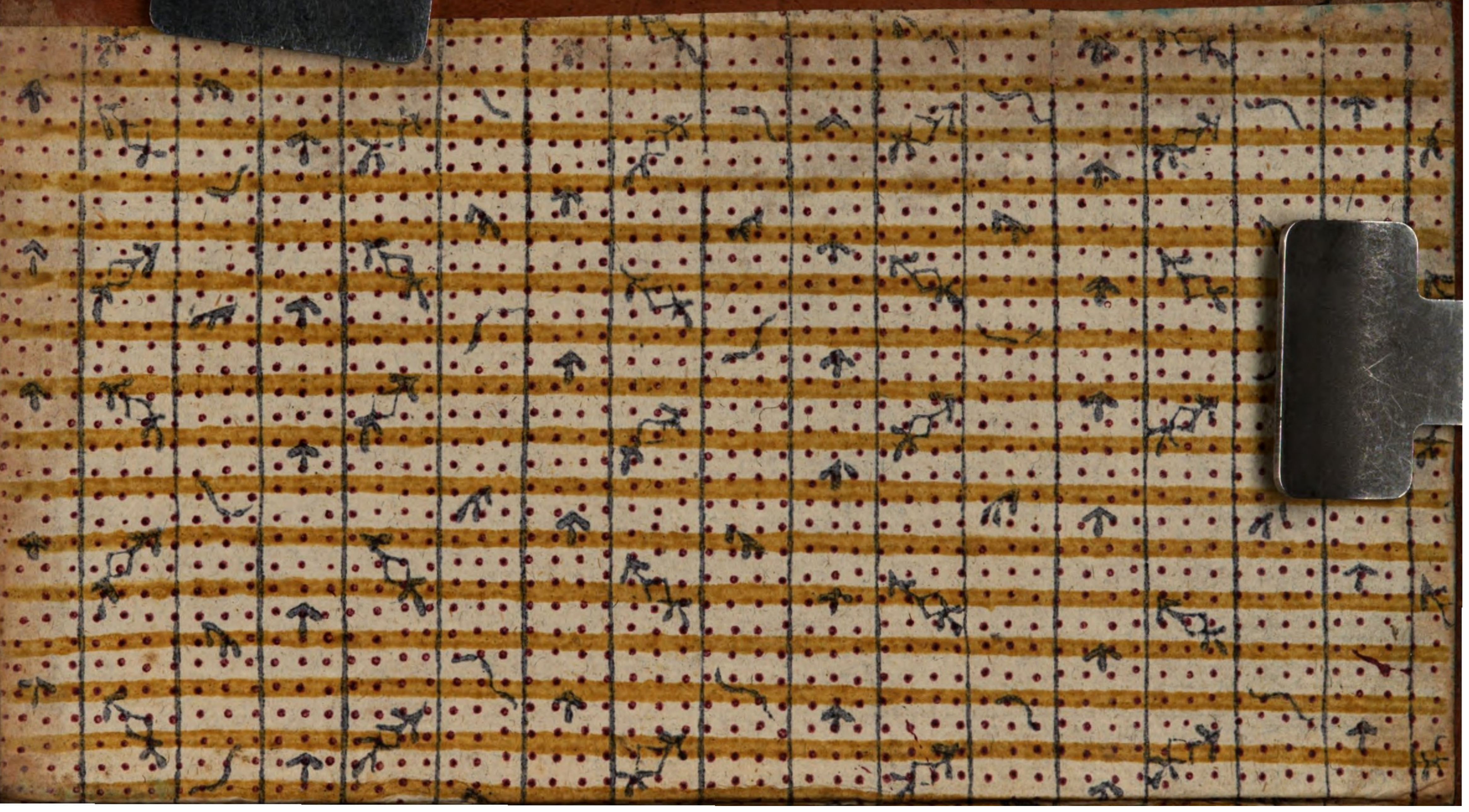


Fig. 4.

Tab. IV.





BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Langsdorf, Karl Christian von, / Stahl, Johann Ludwig, / Zell, Johann Michael,

Versuch einer neuen Theorie Hydrodynamischer und Pyrometrischer Grundlehren und deren Anwendung auf die Anlage neuer Röhrenleitungen, Pumpenkünste, Wassersäulen- und Dampf-Maschinen Mit Kupfern

Frankfurt und Leipzig ; [Marburg] ; [Gießen] 1787

Res/A.hydr. 51
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10912328-6
VD18 14563193